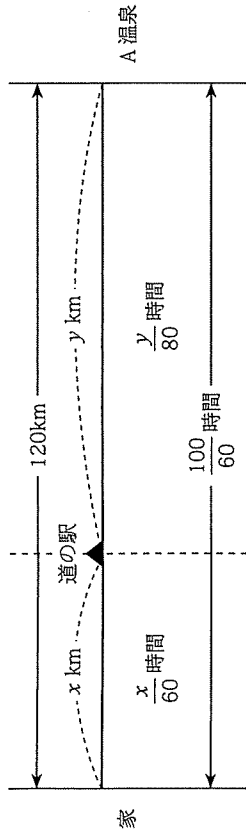


③ 時間・速さ・距離の関係

ここでは、早速例題を通して、解法の流れをお見せしますね！

例題：家から途中、道の駅に寄ってA温泉まで120kmの道のりを車で行った。家から道の駅まで時速60km、道の駅からA温泉までは時速80kmで走って100分で着いた。このとき、家から道の駅、道の駅からA温泉までの距離を求めてみましょう。ただし、かかった時間には、休憩時間は含まれません。

〈考え方〉



このような問題は、簡単な図をかくことをおすすめします。また、上図のように上側に距離、下側に時間と分けて表示するとわかりやすいかと！？

そこで、図から、距離と時間に関する条件式をつくってみますよ。

家から道の駅までを x km、道の駅からA温泉までを y km とおくと、
 ・距離の関係式 $\Rightarrow x + y = 120 \dots \textcircled{1}$

・時間の関係式 $\Rightarrow \frac{x}{60} + \frac{y}{80} = \frac{100}{60} \dots \textcircled{2}$

②の両辺を60倍し、 $x + \frac{60}{80}y = 100$ $x + \frac{3}{4}y = 100 \dots \textcircled{2}'$

①を変形し、 $y = 120 - x \dots \textcircled{1}'$

①'を②'に代入

$x + \frac{3}{4}(120 - x) = 100$

$x + 90 - \frac{3}{4}x = 100$

$\frac{1}{4}x = 10$

$x = 40$

①'より

$y = 120 - 40 = 80$

よって、家から道の駅：40km

道の駅からA温泉：80km (答)

〔公立高校入試問題〕

演習 34 太郎さんは、A町から峠をこえてB町まで21kmの道のりを歩いた。A町から峠までを時速4km、峠からB町までを時速6kmで歩いて、全体で4時間かかった。

A町から峠までの道のりと峠からB町までの道のりをそれぞれ求めたい。(6分)

① A町から峠までの道のりを x km、峠からB町までの道のりを y km として、連立方程式をつくりなさい。

② A町から峠までの道のりと峠からB町までの道のりをそれぞれ求めなさい。

のりしろ

全問正しくできると、何回も星を貼って褒め返してくださいね！

のりしろ

演習 35 太郎は10kmのランニングコースのスタート地点を出発し、時速12kmで走っていたところ、足に痛みを感じたので、コースの途中からゴール地点までを時速4kmで歩いた。このとき、スタート地点を出発してからゴール地点に到着するまでにかかった時間は、時速12kmで走り抜いた場合と比べ、10分長かった。太郎が走った道のりを x km、歩いた道のりを y km として、連立方程式をつくりなさい。また、走った道のりと歩いた道のりをそれぞれ求めなさい。(8分)

のりしろ

全問正しくできると、何回も星を貼って褒め返してくださいね！

のりしろ

演習 36 和也さんは、次のような問題と、それを解くための方程式をつくったが、和也さんがつくった問題には不十分なところがあった。

このとき、次の (1)、(2) に答えなさい。(山梨)

【問題】
A さんは、家から 1200m 離れた学校までいくのに、家を出発して、はじめは毎分 60m の速さで歩いていた。遅刻しそうになったので、途中から走ったら、家を出発してから学校に着くまで 14 分かかった。A さんが歩いた道のりと走った道のりを求めなさい。

【方程式】

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{180} = 14 \end{cases}$$

- (1) 和也さんがつくった連立方程式から考えて、この【問題】に不足している条件を数値も含めて書きなさい
- (2) この【問題】に (1) の条件を付け加えた問題は、和也さんがつくった【方程式】とは別の方程式でも解くことができる。和也さんが考えたものとは異なる数値を x 、 y とおいた連立方程式をつくりなさい。(単に x と y を交換しただけのものは除く。)
- また、その方程式を解いて、A さんが歩いた道のりと走った道のりを求めなさい。
- ただし、計算の過程も書きなさい。

のりしろ 全問正しくできるとき、何問も紙を貼ってやり直してくださいね! のりしろ

演習 37 本屋と図書館の道の途中に駅がある。A さんは、本屋から駅まで自転車で行き、駅から図書館まで歩いていく。B さんは、同じ道を図書館から駅まで自転車で行き、駅から本屋さんまで歩いて行く。A さんが本屋さんを、B さんが図書館を同時に出発したところ、10 分後に出会った。そのとき、A さんは歩いており、B さんは自転車に乗っていた。また、B さんが本屋さんに到着した 8 分後に、A さんは図書館に到着した。ただし、2 人の自転車の速さは時速 12km、歩く速さは時速 4km とする。

このとき、次の間に答えよ。(福井)

- (1) 図書館から 2 人が出会ったところまでの道のりを求めよ。
- (2) 本屋から駅までの道のりを x km、駅から 2 人が出会ったところまでの道のりを y km として、 x と y についての連立方程式をつくれ。
- (3) (2) の連立方程式を解いて、本屋から図書館までの道のりを求めよ。

のりしろ 全問正しくできるとき、何問も紙を貼ってやり直してくださいね! のりしろ

④ 百分率に関する問題

連立方程式が扱う百分率は、大きく分けてつぎの3つだね！

- I : 濃度問題
- II : 生徒数の増減問題
- III : 値段など

では、Iから一緒に考えていきましょう。

I : 濃度問題

濃度問題の基本は、徹底的に中学1年の1次方程式(かずお式中学数学ノート3)で学習しましたので、ここでは代表的な問題を通して、要点をお話しておきますね！

例題：7%の食塩水と15%の食塩水を混ぜて、10%の食塩水800gを作りたい。

それぞれ何gずつ混ぜればよいか求めてみましょう。

<考え方>

このような問題では、つぎの2つの関係式を作れば解決なのね！

A : 食塩水の量の関係式 I : 食塩の量の関係式

そこで、7%の食塩水を x g, 15%の食塩水を y g とおくと、

A : 食塩水の量の関係式

2つを混ぜて800gから、 $x + y = 800$ …①

I : 食塩の量の関係式

確認 「bのa%は？」⇒「bを100等分したうちのa個」と考える！

i : 7%の食塩水 x g に含まれる食塩の量 ▲

「xを100等分したうちの7個」⇒ $\frac{x}{100} \times 7$ (g)

ii : 15%の食塩水 y g に含まれる食塩の量 ●

「yを100等分したうちの15個」⇒ $\frac{y}{100} \times 15$ (g)

iii : 10%の食塩水800gに含まれる食塩の量 ▲ + ●

「800を100等分したうちの10個」⇒ $\frac{800}{100} \times 10$ (g)

だから (i + ii = iii), $\frac{x}{100} \times 7 + \frac{y}{100} \times 15 = \frac{800}{100} \times 10$ …②

①より, $y = 800 - x$ …①' ②より, $7x + 15y = 8000$ …②'

①'を②'に代入, $7x + 15(800 - x) = 8000$ $-8x = 8000 - 15 \times 800$ $x = 500$

①'より, $y = 800 - 500 = 300$

よって、7%の食塩水500g、15%の食塩水300g(答)

問12 4%の食塩水 x g と 7%の食塩水 y g を混ぜて、5%の食塩水360gを作るとき、(1) (2)の順に、それぞれ何gずつ混ぜるか求めてみましょう。

(1) 食塩水全体の量の関係式を表してください。

(2) 食塩の量の関係式を表し、(1)を利用して、それぞれ何gか求めてください。

のりしろ

全問正しくできると、仲間も紙を貼って褒め返してくださいね！

のりしろ

問13 8%の食塩水、12%の食塩水と水を60g混ぜて、6%の食塩水180gを作りたい。

このとき、それぞれ何gの食塩水が必要か求めてみましょう。

のりしろ

全問正しくできると、仲間も紙を貼って褒め返してくださいね！

のりしろ

II：生徒数の増減問題

この問題は“基準”にする値が直接求めたい値ではないので、最初においた未知数となる

“文字”の値を求めて「ホッ！」とはできないですからね！#

では、問題を通して実感していただきますよう。

例題：A 中学校の 3 年前の生徒数は、男女あわせて 560 人であった。今年は、3 年前の生徒数と比べて男子は 18% の減少、女子は 10% の増加で、男女あわせると 5% の減少であった。

た。今年の A 中学校の男子、女子の生徒数はそれぞれ何人か。

〈考え方〉 下線部に着目ね！

3 年前の男子の生徒数を x 人、女子の生徒数を y 人とおく。

条件より、

3 年前の男・女の生徒数から、 $x + y = 560$ …①

また、今年の男女の生徒数を 3 年前の男女の生徒数を基準に表すと、

3 年前の男子生徒数に対し、今年の生徒数は、 $\left(\frac{x}{100} \times (100 - 18)\right)$ 人 …②

3 年前の女子生徒数に対し、今年の生徒数は、 $\left(\frac{y}{100} \times (100 + 10)\right)$ 人 …③

3 年前の男女生徒数に対し、今年の生徒数は、 $\left(\frac{x+y}{100} \times (100 - 5)\right)$ 人 …④

よって、②③④より

$$\frac{x}{100} \times 82 + \frac{y}{100} \times 110 = \frac{x+y}{100} \times 95 \quad \dots⑤$$

ここで、

⑤ (両辺 100 倍) から、 $82x + 110y = 95x + 95y$ $13x - 15y = 0$ …⑥

①から、 $y = 560 - x$ …⑦

①'を⑥'に代入

$13x - 15(560 - x) = 0$

$13x - 8400 + 15x = 0$

$28x = 8400$

$x = 300$

①'より、

$y = 560 - 300 = 260$

したがって、

今年の男子：246 人、女子：286 人 (答)

「チョコット、めんどうな気もしますが、いかがでしょうか？」

無言…!

(公立高校生入試問題)

演習 40 ある中学校の昨年度の生徒数は 230 人であった。今年度の生徒数は、昨年度に比べ、男子が 10% 増え、女子が 5% 減り、全体で 5 人増えた。昨年度の男子、女子それぞれの生徒数を求めなさい。

(秋田)

のりしろ

全問正しくできるとき、何回も紙を貼って繰り返し読んでくださいね！

のりしろ

演習 41 ある中学校で男子生徒の数と女子の生徒の数について調べたところ、昨年度は、男子生徒が女子生徒より 7 人多かった。今年度は、昨年度と比べ男子生徒数が 6 人減り、女子生徒数が 8 人増え、今年度の全校生徒の数に対する女子の生徒の割合は 52% であった。

このとき、今年度の男子生徒の数、女子生徒の数はそれぞれ何人か、求めなさい。

求める過程も書きなさい。

(福島)

のりしろ

全問正しくできるとき、何回も紙を貼って繰り返し読んでくださいね！

のりしろ

Ⅲ：値段など

I・IIが理解できていれば難しくはなく、%の基本は「100等分したうちの何個？」ということ
とイメージできていれば大丈夫!

例題：弁当と飲み物の合計の値段は、定価では750円である。弁当は定価の10%引き、飲み物は定価の20%引きで買った。合計の値段は660円であった。

弁当と飲み物の定価は、それぞれ何円か。

(愛知)

〈考え方〉 下線部に着目ね!

弁当の定価を x 円、飲み物の定価を y 円とおく。

条件より、

$$\cdot \text{定価の和が750円から, } x + y = 750 \quad \dots \text{①}$$

\cdot 売値の和について

弁当の定価の10%引き \Rightarrow 売値を「弁当の定価の90%」と読み取り、

$$\left(\frac{x}{100} \times 90 \right) \text{円} \quad \dots \text{②}$$

飲み物の定価の20%引き \Rightarrow 売値を「飲み物の定価の80%」と読み取り、

$$\left(\frac{y}{100} \times 80 \right) \text{円} \quad \dots \text{③}$$

売値の合計が660円ゆえ、②③より、

$$\frac{x}{100} \times 90 + \frac{y}{100} \times 80 = 660 \quad \dots \text{④} \quad (\text{または, } 0.9x + 0.8y = 660)$$

④を変形(両辺10倍)し、 $9x + 8y = 6600 \quad \dots \text{④}'$

①を変形し、 $y = 750 - x \quad \dots \text{①}'$

①'を④'に代入

$$9x + 8(750 - x) = 6600$$

$$9x + 6000 - 8x = 6600$$

$$x = 600$$

①'より、

$$y = 750 - 600$$

$$= 150$$

よって、

弁当：600円、飲み物：150円(答)

上記のように“%の扱い方”が理解できていれば、I・II・IIIの分類など気にすることなく、問題文から関係式を作っていただけはいんですよ! でも、やはり、慣れるまでは“ツライ”ので、解答の解法の流れを、考えながら何度も追ってみてください。

(公立高校入試問題)

演習 42 ある中学校の生徒全員が、○か×のどちらからか答える1つの質問に回答し、58%が○と答えた。また、男女別に調べたところ、○と答えたのは男子では70%、女子では45%であり、○と答えた人数は、男子が女子より37人多かった。

この中学校の男子と女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。求める過程も書きなさい。(福岡)

のりしろ

全問正しくできると、何問も正解を付けてください!

のりしろ

演習 43 ある学校では、リサイクル活動の1つとして、毎月1回、空き缶を集めている。

先月は、スチール缶とアルミ缶をあわせて40kg回収した。今月は、先月とくらべると、スチール缶の回収量は10%減り、アルミ缶の回収量は10%増えたので、あわせて42kg回収することができた。先月のスチール缶とアルミ缶の回収量はそれぞれ何kgか、求めなさい。ただし、答えを求める過程が分かるように、途中の式と説明もかきなさい。(和歌山)

のりしろ

全問正しくできると、何問も正解を付けてください!

のりしろ

演習 44 下の 2 つの表は、A 町の年少人口 (15 歳未満の人口) と老年人口 (65 歳以上の人口) に関する資料である。
 表 1 は、1975 年と 2000 年のそれぞれの年における、A 町の総人口に対する年少人口と老年人口の割合を示したものである。

表 2 は、A 町の 1975 年の人口に対する 2000 年の人口の変化を、年少人口と老年人口について示したものである。1975 年の総人口を x 人、2000 年の総人口を y 人として方程式をつくり、それぞれの年の総人口を求めなさい。(群馬)

表 1

	1975 年	2000 年
年少人口の割合	25%	15%
老年人口の割合	10%	20%

表 2

	1975 年の人口に対する 2000 年の人口の変化
年少人口	1500 人の減少
老年人口	2200 人の増加

のりしろ 全部正しくできるとき、何回も紙を貼って繰り返ししてください。 のりしろ

演習 45 ある展覧会の入場料は、おとな 1 人 300 円、子ども 1 人 200 円であり、割引券を利用すると、おとなは 3 割引、子どもは半額になる。

この展覧会の昨日の入場者数は、おとなと子ども合わせて 250 人であった。そのうち割引券を利用したのは、おとなの入場者数の 50%、子どもの入場者数の 70% であり、入場料の合計は 55000 円であった。

このとき、おとなと子どもの入場者数をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。(福岡)

のりしろ 全部正しくできるとき、何回も紙を貼って繰り返ししてください。 のりしろ

【おまけ1】 3元連立方程式

“3元”ゆえ，“文字が3個”ある“1次方程式”が3つあります。ここからどのように各文字の値を求めればよいのか？

では，早速問題ね！

例題：つぎの連立方程式を解いてみましょう。

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 & \dots ① \\ x + y - z = -2 & \dots ② \\ x - 2y + z = 7 & \dots ③ \end{cases}$$

<考え方>

1文字消して，連立2元1次方程式を作る！

この場合は“x”の係数がすべて1”より，xを消し，“yとz”の連立2元1次方程式を作る！

$$\begin{array}{r} ②-①より， \\ x + y - z = -2 \\ -) x - y + 2z = 9 \\ \hline 2y - 3z = -11 \quad \dots ④ \end{array}$$

⑤より，

$$y = 2 - z \quad \dots ⑤'$$

⑤'を④に代入

$$\begin{array}{r} 2(2 - z) - 3z = -11 \\ 4 - 2z - 3z = -11 \\ -5z = -15 \\ z = 3 \end{array}$$

⑤'より，

$$\begin{array}{r} y = 2 - 3 \\ = -1 \end{array}$$

解法として，「yを消して“xとz”または「zを消して“xとy”の連立2元1次方程式と考えると，一応，練習しておきましょうか！

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 & \dots ① \\ -2x + y + 4z = 16 & \dots ② \\ x + 2y + 3z = 12 & \dots ③ \end{cases}$$

のりしろ

全部正しくできると，何回も紙を持って練習してくださいね！

のりしろ

問16 つぎの連立方程式を解いてみましょう。



(公立高校入試問題)

演習 46 AさんとBさんが、次の問題について話し合った。

後の(1)～(3)の間に答えなさい。

(詳細)

問題 1000円札3枚を500円硬貨、100円硬貨、50円硬貨の3種類に両替したところ、どの種類の硬貨も3枚以上で、合計が25枚になりました。
500円硬貨、100円硬貨、50円硬貨は、それぞれ何枚になりますか。

のりしろ 全部正しくできると、何回も線を貼って繰り返し読んでください! のりしろ

(1) 次のAさんとBさんの会話の [ア] ～ [ウ] に適する式を入れなさい。

A: 500円硬貨をx枚、100円硬貨をy枚、50円硬貨をz枚として、硬貨の枚数に関する式をつくと [ア] となるね。これを①の式としよう。

B: 合計金額に関する式をつくり、整理すると、[イ] = 60と表せるね。これを②の式としよう。

A: でも、これだけだと解けないよ。値のわからない文字が3つあるのに、式は2つしかないから。

B: そうだね。では、②の式から①の式を引いてzを消去してみよう。この式を整理すると

y = [ウ] となるね。これを③の式としよう。

A: ③の式を見ると、xとyという値のわからない文字が2つあるけど、この場合は、xとyの値がわかるね。

(2) 会話文中の _____ のように考えることができる理由を書きなさい。

(3) 500円硬貨、100円硬貨、50円硬貨の枚数を、それぞれ求めなさい。

【おまけ2】 $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = c$ の形の連立方程式

問 17 つぎの方程式をヒントを利用して解いてみましょう。

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = -9 \quad \dots \textcircled{1} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = -5 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

ヒント

$\frac{1}{x} = X$ $\frac{1}{y} = Y$ とおき、①、②をX、Yの連立方程式として、x、yの値を求めてください。

のりしろ

全部正しくできると、何回も線を貼って繰り返し読んでください!

のりしろ