問 44

【証明】

△ADC と△AEB において,

AC = AB(仮定)…①

二等辺三角形の底角は等しいので,

∠BCD = ∠CBE より,

∠ACD = ∠ABE …②

∠DAC = ∠EAB(共通)…③

よって, ①②③より,

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

△ADC ≡ △AEB

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する辺は等しいので,

AD = AE

おわり

〈別解〉

△DBC ≡ △ECB を証明し, DB = EC …①を示し,

AB = AC…②より, ①②から AD = AE を示す。

詳しくは, ネット講座でお話ししますね！

演習 16 (p46)

【証明】(下の図参照)

∠BAD = ∠CAD(仮定)…①

AD // EC より,

∠BAD = ∠AEC(同位角)…②

∠CAD = ∠ACE(錯角)…③

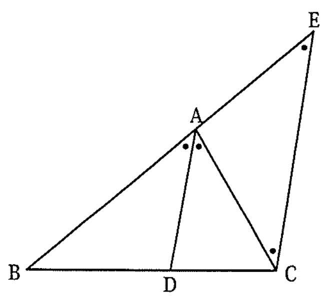
よって, ①②③より,

∠AEC = ∠ACE

となり, △ACE において底角が等しいので,

△ACE は二等辺三角形である。

おわり



演習 17

【証明】

△DBC と△ECB において,

DB = EC(仮定)…①

△ABC で AB = AC より,

∠DBC = ∠ECB …②

BC = CB(共通)…③

よって, ①②③より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△DBC ≡ △ECB

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する角は等しいので,

∠FCB = ∠FBC

ゆえに, △FBC において底角が等しいことから,

△FBC は二等辺三角形である。

おわり

演習 18 (p47)

【証明】

CE は∠ACB の二等分線より,

∠DCE = ∠BCE …①

EF // BC より,

∠BCE = ∠DEC(錯角)…②

よって, ①②より,

∠DCE = ∠DEC

ゆえ, △DEC において底角が等しいので,

△DEC は二等辺三角形となり,

DE = DC…③

また, BC の C 側の延長線上に点 G をとり,

CF は∠DCG の二等分線より,

∠DCF = ∠FCG …④

EF // BG より,

∠DFC = ∠FCG(錯角)…⑤

よって, ④⑤より,

∠DCF = ∠DFC

ゆえ, △DCF において底角が等しいので,

△DCF は二等辺三角形となり,

DC = DF …⑥

したがって, ③⑥より,

DE = DF

おわり

演習 19

【証明】

△ABD と△ACE において,

AB = AC(仮定)…①

AD = AE(仮定)…②

∠BAD = ∠CAE(仮定)…③

よって, ①②③より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△ABD ≡ △ACE

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する辺は等しいので,

BD = CE

おわり

問 45 (p48)

【証明】

△ACD と△BCE において,

AC = BC(仮定)…①

CD = CE(仮定)…②

また,

∠ACD + ∠ACE = 60°…③

∠BCE + ∠ACE = 60°…④

ゆえ, ③④より,

∠ACD = ∠BCE …⑤

よって, ①②⑤より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△ACD ≡ △BCE

おわり

問 46

(1) 【証明】

△ABD と△BCE において,

AB = BC(仮定)…①

BD = CE(仮定)…②

∠ABD = ∠BCE = 60°…③

よって, ①②③より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△ABD ≡ △BCE

おわり

(2) ∠DBE = a, AD と BE の交点を F とおくと,

△ABF において,

∠ABF = 60° − a …④

また, (1)の結果より,

∠BAF = a …⑤

そこで, ④⑤と外角の性質から,

∠x = (60° − a) + a = 60° (答)

問 47 (p49)

【証明】

△ACD と△BCE において,

AC = BC(仮定)…①

CD = CE(仮定)…②

ここで, ∠BCA = ∠DCE = 60°より,

∠ACD = 60° + ∠ACE …③

∠BCE = 60° + ∠ACE …④

よって, ③④より,

∠ACD = ∠BCE …⑤

ゆえに, ①②⑤より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△ACD ≡ △BCE

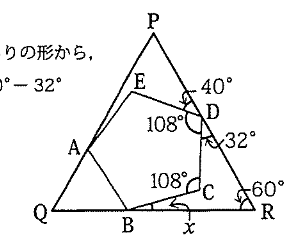
おわり

演習 20

(1) 右の図より, 矢じりの形から,

∠x = 108° − 60° − 32°

= 16° (答)



(2) 右の図より,

太字の数値で, 三角形の

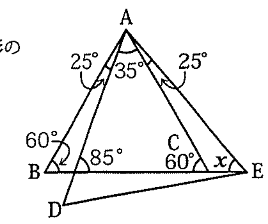
外角の性質から,

x + 25° = 60°

x = 35°

よって,

∠x = 35° (答)



演習 21 (p50)

(1) 【証明】

△ABD と△ACE において,

AB = AC(仮定)…①

BD = CE(仮定)…②

また, ∠BAC = ∠ACE = 60° (錯角)…③

③より, ∠ABD = ∠ACE …④

よって, ①②④より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△ABD ≡ △ACE

したがって,

2 つの合同な三角形の対応する辺は等しいので,

AD = AE

おわり

(2) 【証明】

(1) の結果より,

∠BAD = ∠CAE …①

∠BAD = 60° + ∠CAD …②

∠CAE = ∠DAE + ∠CAD …③

だから, ①②③より,

∠DAE = 60°…④

ここで△ADE において④と (1) の結果より,

頂点 A = 60°, AD = AE

ゆえ, ∠D = ∠E = 60°

よって,

△ADE は 3 つの内角が等しいので正三角形である。

おわり

演習 22

(1) △BDC(答)

(2) 【証明】

△AEB と△BDC において,

AB = BC(仮定)…①

AE = BD(仮定)…②

また, 頂点 A, B の外角より,

∠BAE = ∠CBD = 120°…③

よって, ①②③より,

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△AEB ≡ △BDC

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する角は等しいので, ∠AEB = ∠BDC …④

そして, ∠ABE = ∠PBD(対頂角)…⑤

④⑤より, △BEA において外角の性質から,

∠ABE + ∠AEB = 60° (= ∠BAC)…⑥

なので, ④⑤⑥ (∠BDC = ∠BDP) より, △BDP において外角の性質から,

∠PBD + ∠BDP = ∠BPC = 60°

おわり

演習 23

【証明】

△ABE と△CAD において,

AB = CA(仮定)…①

∠ABE = ∠CAD(仮定)…②

また, △CAD において, 外角の性質より,

∠ACD + ∠CAD(= 60°) = ∠CDB …③

△FAD において, 外角の性質より,

∠DAF + 60° = ∠CDB …④

から, ③④ (∠DAF = ∠BAE) より,

∠BAE = ∠ACD …⑤

よって, ①②⑤より,

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

△ABE ≡ △CAD

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する辺は等しいので,

AE = CD　おわり

問 48 (p53)

・△ABC ≡ △MON

「斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい」

・△HIG ≡ △QPR

「斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい」

問 49

(1) 同位角が等しければ 2 直線は平行である。正誤：○

(2) △ABC と△PQR の面積が等しければ, △ABC ≡ △PQR である。正誤：×

(3) △ABC において, ∠B = ∠C ならば AB = AC である。正誤：○

(4) (多角形の) 外角の和が 360° であれば, 12 角形である。正誤：×

問 50 (p54)

【証明】

△BCD と△CBE において,

∠BDC = ∠CEB = 90° (仮定)…①

BC = CB(共通)…②

また, △ABC において AB = AC より,

∠BCD = ∠CBE …③

よって, ①②③より

直角三角形で, 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので,

△BCD ≡ △CBE

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する辺は等しいので,

BD = CE

おわり

演習 24

【証明】

△BCD と△CBE において,

∠BDC = ∠CEB = 90° (仮定)…①

BC = CB(共通)…②

また, △ABC において, AB = AC より,

∠BCD = ∠CBE …③

よって, ①②③より,

直角三角形で, 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので,

△BCD ≡ △CBE

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する角は等しいので,

∠CBD = ∠BCE

これより, △PBC において, ∠PBC = ∠PCB より,

底角が等しいので, PB = PC となる。

おわり

演習 25 (p55)

【証明】

△AFD と△DGC において,

∠AFD = ∠DGC = 90° (仮定)…①

AD = DC(仮定)…②

ここで, △AFD において,

∠DAF + ∠FDA = 90°…③

さらに, △DGC において,

∠CDG + ∠FDA = 90°…④

よって, ③④より,

∠DAF = ∠CDG …⑤

ゆえに, ①②⑤より,

直角三角形で, 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので,

△AFD ≡ △DGC

おわり

演習 26

【証明】

△FCE と△FCB において,

∠FEC = ∠FBC = 90° (仮定)…①

FC(共通)…②

CE = CB(仮定)…③

よって, ①②③より,

直角三角形で, 斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいので,

△FCE ≡ △FCB

したがって, 2 つの合同な三角形の対応する辺は等しいので,

FE = FB

おわり

問 51 (p57)

【証明：定理①】

△ABC と△CDA において,

AC = CA(共通)…①

∠ACB = ∠CAD(錯角)…②

∠CAB = ∠ACD(錯角)…③

よって, ①②③より,

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

△ABC ≡ △CDA

したがって, 合同な 2 つの三角形の対応する辺は等しいので,

AB = CD, BC = DA …④

ゆえに④より, 平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しい。

おわり

【証明：定理②】

【定理①】より, △ABC ≡ △CDA

したがって, 合同な 2 つの三角形の対応する角は等しいので,

∠ABC = ∠CDA …⑤

また, ②③より, ∠CAB + ∠CAD = ∠ACD + ∠ACB

ゆえ, ∠BAD = ∠DCB …⑥

よって, ⑤⑥より, 平行四辺形の 2 組の対角はそれぞれ等しい。

おわり

補：【定理①②】を既知 (すでにわかっている) のものとし, 定理③を証明します。

【証明：定理③】

AC と BD の交点を O とすると,

△OAB と△OCD において,

AB = CD …①

∠OAB = ∠OCD(錯角)…②

∠OBA = ∠ODC(錯角)…③

よって, ①②③より,

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

△OAB ≡ △OCD

したがって，合同な２つの三角形の対応する辺は等しいので，

$OA = OC,\ OB = OD$

となり，平行四辺形の２つの対角線はそれぞれの中点で交わる。

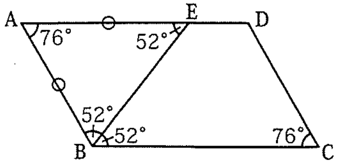
おわり

演習 27　(p58)

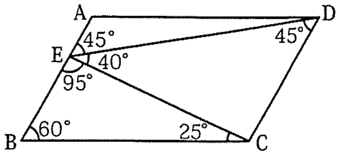
ここでは，数値を書き込んだ図から読み取ってください。

詳しい解説は，ネット講座をご覧ください。

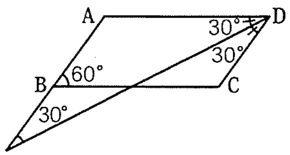
(1)　$\angle x = 76°$



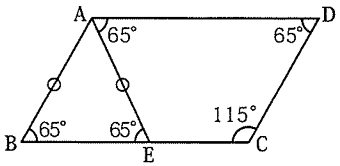
(2)　$\angle x = 40°$



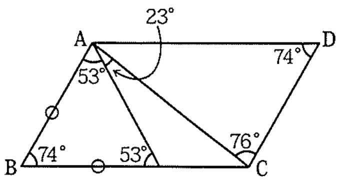
(3)　$\angle x = 60°$



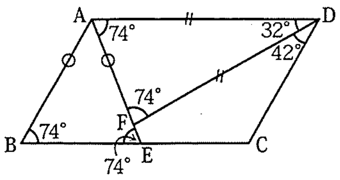
(4)　$\angle x = 65°$



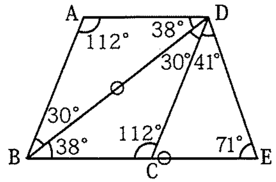
(5)　$\angle x = 76°$



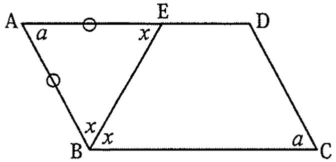
(6)　$\angle x = 42°$



(7)　$\angle x = 41°$



(8)　$\angle x = 90° - \dfrac{a°}{2}$



問 52　(p59)

【証明】

AD = BC より，

FD = BE(仮定)…①

また AD // BC より，

FD // BE　…②

よって，①②より，

１組の対辺が平行でその長さが等しいので，

四角形 BEDF は，平行四辺形である。

おわり

問 53

【証明】

△OAE と△OCF において，

OA = OC(仮定)…①

∠OAE = ∠OCF(錯角)…②

∠AOE = ∠COF(対頂角)…③

よって，①②③より，

１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△OAE ≡ △OCF

したがって，合同な２つの三角形の対応する辺は等しいので，

OE = OF　　　おわり

問 54　(p60)

【証明】

△DBC と△EAD において，

BC = AD(仮定)…①

DC = ED(仮定)…②

また，DC = DE より，

∠DCB = ∠DEC　…③

∠DEC = ∠EDA(錯角)…④

ゆえ，∠DCB = ∠EDA　…⑤

よって，①②⑤より，

２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△DBC ≡ △EAD

おわり

問 55

【証明】

AD = BC(仮定)…①

BC = DE(仮定)…②

①②より，AD = DE ゆえ，

△DAE は二等辺三角形となり，

∠DAE = ∠DEA　…③

また，∠DAE = ∠AEC(錯角)…④

よって，③④より，

∠DEA = ∠AEC

ゆえ，線分 AE は∠CED の二等分線である。

おわり

演習 28　(p61)

【証明】

△OAP と△OCQ において，

OA = OC(仮定)…①

∠AOP = ∠COQ(対頂角)…②

∠PAO = ∠QCO(錯角)…③

よって，①②③より，

１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△OAP ≡ △OCQ

したがって，合同な２つの三角形の対応する辺は等しいので，

AP = CQ

おわり

演習 29

【証明】

△ABE と△FDG において，

∠AEB = ∠FGD = 90°…①

∠ABE = ∠FDG(仮定)…②

また，∠FCB = ∠DFC(錯角)…③

∠FCB = ∠DCF(仮定)…④

より，∠DFC = ∠DCF となり，

△DFC は底角が等しいので，

DF = DC　…⑤

ここで，AB = DC より，⑤から，

AB = FD　…⑥

よって，①②⑥より，

直角三角形で，斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので，

△ABE ≡ △FDG

したがって，合同な２つの三角形の対応する辺は等しいので，

AE = FG

おわり

演習 30　(p62)

【証明】

AB // EC より，

∠ABE = ∠CEB(錯角)…①

また，∠ABE = ∠CBE(仮定)…②

①②より，

∠CBE = ∠CEB　…③

よって，△CBE において底角が等しいので，

CB = CE(= 8cm)…④

ゆえに，AB = CD(= 5cm)より，

$DE = CE - CD$

$= 8 - 5$

$= 3$

したがって，DE = 3cm(答)