

1 場合の数

基本のまとめ

1 場合の数

- ① 樹形図 起こりうるすべての場合を、次々と枝分かれしていく図で表したものを 樹形図 という。
- ② 起こりうるすべての場合を、もれなく重複なく示すには、樹形図や表をつくって考えるとよい。

2 順列

- ① 事柄 A の起こり方が a 通りあり、そのおのおの場合についても、事柄 B の起こり方が b 通りずつあるとき、A と B がともに起こる場合は ab 通りある。このことは3つ以上の事柄についても成り立つ。
- ② 順列 いくつかのものを、順序をつけて1列に並べるとき、その並びの1つ1つを 順列 という。
異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列の総数を ${}_n P_r$ で表す。

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-r+1)$$

- ③ 階乗 1 から n までのすべての自然数の積を n の 階乗 といい、 $n!$ で表す。

$$n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

異なる n 個すべてを並べる順列の総数は ${}_n P_n = n!$ 通り

3 組合せ

- 組合せ ものを取り出す順序を無視した組をつくるとき、これらの組の1つ1つを 組合せ という。
異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して作る組合せの総数を ${}_n C_r$ で表す。

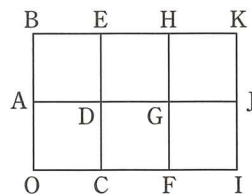
$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-r+1)}{r!}$$

基本問題

1 樹形図 ▶まとめ 1 ①

右の図のような道のある街がある。樹形図を利用して、次のような道順がそれぞれ何通りあるか答えなさい。

- (1) 地点 O から地点 E まで遠回りしないで行く
- (2) 地点 O から地点 H まで遠回りしないで行く
- (3) 地点 O から地点 K まで遠回りしないで行く



2 場合の数 ▶まとめ 1 ②

2種類の数字1, 2を3つ並べてできる3桁の数は何通りあるか答えなさい。
ただし、同じ数字を複数回用いてもよいものとする。

3 場合の数 ▶まとめ 1 ②

次の問いに答えなさい。

- (1) 4個の文字 a, a, b, c から、3個の文字を選んで1列に並べる方法は、何通りあるか答えなさい。
- (2) 1枚の硬貨をくり返し投げ、表が2回または裏が2回出たところで終了する。表と裏の出方は何通りあるか答えなさい。

4 場合の数 ▶まとめ 1 ②

2個のさいころ A, B を投げるとき、次のようになる場合は何通りあるか答えなさい。

- (1) 目の和が6になる場合
- (2) 目の積が12の倍数になる場合
- (3) 目の和が18の約数になる場合

5 事柄 A と B がともに起こる場合の数 ▶まとめ 2 ①

次の問いに答えなさい。

- (1) 4種類のケーキと3種類の飲み物からそれぞれ1種類ずつを選び、セットをつくる。セットのつくり方は何通りあるか答えなさい。
- (2) 2個のさいころ A, B を同時に投げるとき、Aの目が奇数、Bの目が3以下となる場合は何通りあるか答えなさい。
- (3) 2種類のジャケットと5種類のブラウスと3種類のスカートから、それぞれ1種類ずつ選び、組をつくる。組のつくり方は何通りあるか答えなさい。

6 順列の総数と階乗の計算 ▶まとめ 2 ②, ③

次の値を求めなさい。

- (1) ${}_4 P_3$
- (2) ${}_5 P_2$
- (3) ${}_6 P_4$
- (4) $5!$
- (5) $7!$

7 順列 ▶まとめ 2 ②

次のものの総数を求めなさい。

- (1) 6人の生徒から4人を選んで1列に並べるときの並べ方
- (2) a, b, c, d, e の5個の文字から異なる4個を選んで1列に並べる並べ方
- (3) 1から7までの自然数から異なる5個を選んでつくる5桁の数

8 順列(階乗) ▶まとめ 2 ③

次のような並べ方の総数を求めなさい。

- (1) 4人の生徒を1列に並べるときの並べ方
- (2) 1から5までの自然数を1列に並べるときの並べ方
- (3) 色がすべて異なる7個の玉を1列に並べるときの並べ方

9 順列の考え方の利用 ▶まとめ 2, ②, ③

次の問いに答えなさい。

- (1) 9枚の異なるカードのうち4枚を、A, B, C, Dの4人に1枚ずつ配るとき、配り方は何通りあるか答えなさい。
- (2) 番号のついた7個のいすに4人が座る方法は何通りあるか答えなさい。
- (3) studyの5文字を並べ替えてできる文字列は何通りあるか答えなさい。
- (4) 6枚の異なる皿を戸棚に重ねて収納するとき、何通りの方法があるか答えなさい。

10 組合せの総数 ▶まとめ 3

次の値を求めなさい。

- (1) ${}_4C_2$ □(2) ${}_6C_3$ □(3) ${}_7C_3$ □(4) ${}_7C_4$ □(5) ${}_8C_1$

11 組合せ ▶まとめ 3

次のような選び方の総数を求めなさい。

- (1) 5人の中から2人の代表を選ぶ。
- (2) A, B, C, D, E, Fの6文字の中から4文字を選ぶ。
- (3) 12色ある色鉛筆の中から6色を選ぶ。

12 組合せの考え方の利用 ▶まとめ 3

円周上に異なる10点がある。これらの点について、次のものの個数を求めなさい。

- (1) これらの点を頂点とする三角形 □(2) 2つの点を結んでできる線分

13 組合せの考え方の利用 ▶まとめ 3

平面上に8本の直線がある。これらの直線は、どの2直線も平行ではなく、どの3直線も1点では交わらないものとする。次の問いに答えなさい。

- (1) 交点の個数を求めなさい。 □(2) いくつの三角形ができるか答えなさい。

14 順列と組合せ ▶まとめ 2, 3

9枚のカードに、1から9の数字が書かれている。次の問いに答えなさい。

- (1) 3枚のカードを選ぶ方法の総数を求めなさい。
- (2) 3枚のカードを選び、選んだ順に並べて3桁の整数をつくる。何種類の整数をつくることができるか答えなさい。

15 順列と組合せ ▶まとめ 2, 3

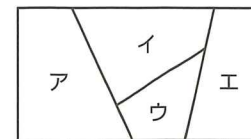
10か所の観光地をめぐる旅行を計画する。次の問いに答えなさい。

- (1) 10か所の中から訪問する4か所を選びたい。選び方は何通りあるか答えなさい。
- (2) 10か所の中から、訪問する順序を考慮して、訪問する4か所を選びたい。選び方は何通りあるか答えなさい。
- (3) A, B, C, Dの4か所を訪問することに決定した。この4か所を訪問する順序は何通りあるか答えなさい。

標準問題

例題1 場合の数の求め方

長方形を右の図のように4つの部分ア、イ、ウ、エに分け、それぞれの部分を同じ色が隣り合わないよう色分けする。



赤、青、黄、緑の4色のうち3色を用いるとき、塗り方は何通りあるか答えなさい。

考え方 2つの部分は同じ色になることに注意して、まずこれらの部分に塗る色を決める。

解答 同じ色が隣り合わないよう3色で塗り分けるには、アとエが同じ色であればよい。

アとエに塗る色は、赤、青、黄、緑の 4通り

イに塗る色は、アとエに塗った色以外の 3通り

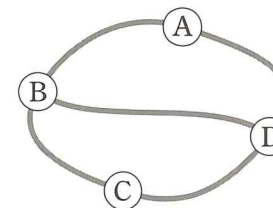
ウに塗る色は、アとエ、イに塗った色以外の 2通り

したがって、求める塗り方は $4 \times 3 \times 2 = 24$

答 24通り

- 16 右の図のように、4つの町A, B, C, Dを結ぶ鉄道路線がある。

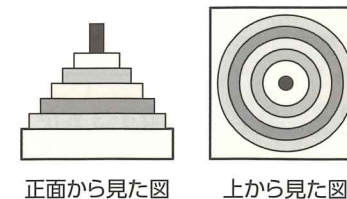
Aを出発していくつかの町を訪問した後、Aに戻ってくるように旅行したい。町から町への移動には、図の鉄道路線だけを使い、A以外のどの町にも2回以上は行かず、Aに戻った時点で旅行は終了とする。何通りの経路が考えられるか答えなさい。



- 17 2個のさいころA, Bを投げるとき、次のようになる場合は何通りあるか答えなさい。

- (1) 目の和が素数になる場合
- (2) Aの目がBの目より大きい場合

- 18 大きさが異なる5枚の円板があり、小さい方から黄、青、緑、黒、赤の色が塗ってあり、中央に穴が開いている。これらすべての円板の穴を、垂直に立てた棒に通していき、上から見える色の数を数えることにする。たとえば、右の図は5枚の円板を大きなものから順に重ねたもので、上から5色すべてが見える。



正面から見た図

上から見た図

- (1) 1色だけが見えるような通し方は何通りあるか答えなさい。
- (2) 黄と赤だけが見えるような通し方は何通りあるか答えなさい。

例題2 制限のある順列の総数

0, 1, 2, 3の4つの数字を1回ずつ使ってできる4桁の整数はいくつあるか答えなさい。

考え方 千の位には0は使えないことに注意して、千の位の数字から決めていく。

解答 千の位には0は使えない。

よって、千の位の数字の決め方は 3通り

百の位の数字は、千の位の数字以外の数字になるから、百の位の決め方は 3通り

十の位の数字は、千の位、百の位の数字以外の数字になるから、十の位の決め方は 2通り

一の位の数字は、残った1つの数字になるから、一の位の決め方は 1通り

したがって、求める4桁の整数の総数は $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ 答 18個

19 次の問いに答えなさい。

□(1) 0, 1, 2, 3, 4の5つの数字を1回ずつ使ってできる5桁の整数はいくつあるか答えなさい。

□(2) 1, 2, 3, 4, 5の5つの数字を1回ずつ使ってできる5桁の整数のうち、偶数はいくつあるか答えなさい。

□20 7つの数字0, 1, 2, 3, 4, 5, 6から異なる4つの数字を選んで4桁の自然数をつくるとき、奇数はいくつできるか答えなさい。

21 5つの数字2, 3, 4, 5, 6から異なる3個を取り出して3桁の整数をつくる。このとき、次の問いに答えなさい。

□(1) いくつの整数ができるか答えなさい。

□(2) 355より小さい整数はいくつできるか答えなさい。

□(3) 452より大きい整数はいくつできるか答えなさい。

22 A, B, C, D, Eの5人が1列に並ぶ。次のような並び方は何通りあるか答えなさい。

□(1) Cが中央になる並び方

□(2) Aが左端, Bが左から2番目になる並び方

□(3) 両端にAとBが並ぶ並び方

23 男子3人, 女子3人が1列に並ぶ。次のような並び方の総数を求めなさい。

□(1) 左端には必ず女子がいる並び方

□(2) 両端には必ず男子がいる並び方

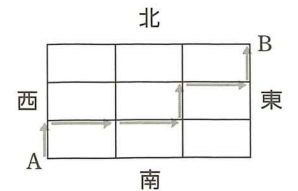
ヒント 19(2) 一の位の数字が偶数であれば、その数は偶数となる。

22(3) 左端がA, 右端がBの場合と、左端がB, 右端がAの場合があることに注意。

例題3 遠回りしない道順の総数

ある街には、右の図のように東西に4本、南北に4本の道がある。

A地点からB地点まで図の矢印のように遠回りしないで行く道順は、何通りあるか答えなさい。



考え方 南から北へ1区画動くことを↑, 西から東へ1区画動くことを→で表すと、図の道順は↑→↑→↑で表される。同様に、1つの道順は、2つの矢印↑, →をそれぞれ3個ずつ並べることで表される。

解答 南から北へ1区画動くことを↑, 西から東へ1区画動くことを→で表すと、遠回りしない道順は3つの↑と、3つの→の組合せで表される。

この組合せの総数は、6回の動きのうちどの3つが↑であるかを選ぶ方法の総数であるから

$${}^6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

したがって、求める道順の総数は 20通り 答

□24 a, a, a, a, b, b, bの7文字を並べてできる文字列は、何種類あるか答えなさい。

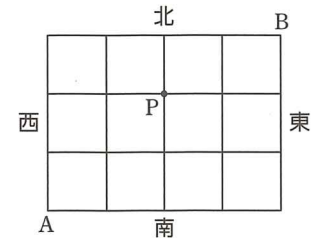
25 ある街には、右の図のように東西に4本、南北に5本の道がある。

次の問いに答えなさい。

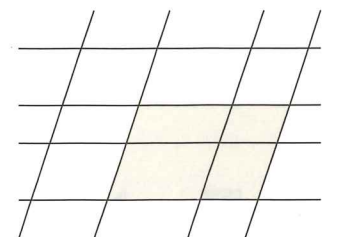
□(1) 図のA地点からP地点まで遠回りしないで行く道順は、何通りあるか答えなさい。

□(2) 図のP地点からB地点まで遠回りしないで行く道順は、何通りあるか答えなさい。

□(3) 図のA地点からB地点まで、Pを通過して遠回りしないで行く道順は、何通りあるか答えなさい。



□26 右の図のように、4本の平行線と、それらに交わる4本の平行線がある。これらの平行線によってつくられる平行四辺形は、いくつあるか答えなさい。



ヒント 26 4本の水平な平行線から2本、4本の斜めの平行線から2本選ぶことで、平行四辺形が1つ決まる。

- 25 ヒストグラムから、データの最小値は0分以上15分未満、最大値は75分以上90分未満である。値の小さい方から6番目と7番目の通学時間の平均値が第1四分位数であるから、ヒストグラムより、第1四分位数は15分以上30分未満である。値の小さい方から13番目の通学時間が中央値であるから、ヒストグラムより、中央値は30分以上45分未満である。値の大きい方から6番目と7番目の通学時間の平均値が第3四分位数であるから、ヒストグラムより、第3四分位数は45分以上60分未満である。以上から、矛盾するものは ①, ②

章末問題

■ p.69 ■

- 1 (1) このデータの平均値は $\frac{40+48+39+44+41+46}{6} = \frac{258}{6} = 43$ (冊)
また、データを値の小さい方から順に並べると 39, 40, 41, 44, 46, 48
よって、中央値は $\frac{41+44}{2} = 42.5$ (冊)
- (2) データの修正によって、2冊減少するものが1つと、1冊増加するものが2つある。
よって、データの値の総和は変化しないから、平均値は修正前と比べて変化しない。
また、修正後のデータを値の小さい方から順に並べると 40, 40, 42, 44, 46, 46
よって、修正後の中央値は $\frac{42+44}{2} = 43$ (冊)
したがって、中央値は増加する。
- 2 (1) 10人の得点の平均値が51.0点であるから $\frac{50+57+35+63+a+55+42+46+62+b}{10} = 51.0$
整理すると $a+b=100$ ……①
- (2) a, b 以外の得点を低い方から順に並べると 35, 42, 46, 50, 55, 57, 62, 63
①と $a>b$ から、 $a \geq 51, b \leq 49$ であることがわかる。
よって、 b は低い方から4番目以内の値であり、 a は6番目以降の値である。
[1] $51 \leq a \leq 54$ のとき
低い方から5番目の値が50、6番目の値が a であるから、中央値は $\frac{a+50}{2}$
[2] $a \geq 55$ のとき
低い方から5番目の値が50、6番目の値が55であるから、中央値は $\frac{50+55}{2} = 52.5$

- [1], [2] から、10人の得点の中央値は $51 \leq a \leq 54$ のとき $\frac{a+50}{2}$ 点,
 $a \geq 55$ のとき 52.5点
(3) 低い方から5番目までの得点の平均値が44.0点であるから $\frac{35+42+46+50+b}{5} = 44.0$

これを解くと $b=47$
①から $a=100-b=100-47=53$
よって、求める中央値は $\frac{53+50}{2} = \frac{103}{2} = 51.5$ (点)

- 3 クイズ大会に参加した人数は50人であるから、中央値は、点数の低い方から25番目と26番目の得点の平均値である。
また、第1四分位数は、点数の低い方から13番目の得点であり、第3四分位数は、点数の高い方から13番目の得点である。

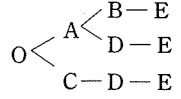
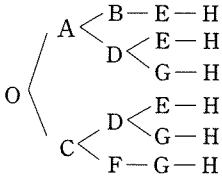
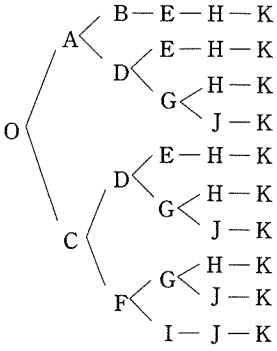
- (1) 箱ひげ図で、箱の長さは科学と社会がほぼ同じで、文学は他の2つより短い。
よって、箱の長さで比べると、文学は他と比べて得点の散らばりの程度が小さいと考えられる。箱とひげを合わせた長さは、文学と社会がほぼ同じで、科学は他の2つより短い。
よって、箱とひげを合わせた長さで比べると、科学は他と比べて得点の散らばりの程度が小さいと考えられる。
以上より、得点の散らばりの程度が最も大きいジャンルは、社会だと考えられる。
よって (ア) 文学 (イ) 文学 (ウ) 社会
【参考】 得点の散らばりの程度が最も小さいのは、範囲によって比較すると 科学
四分位範囲によって比較すると 文学
といえる。

- (2) 第3四分位数が80点以上であるのは、社会だけである。
よって、80点以上の参加者が13人以上いるのは、社会である。
- (3) 文学の中央値は60点より高いから、点数の高い方から1番目～25番目の参加者の得点は60点より高いことがわかる。
第1四分位数が60点より低いことから、点数の低い方から1番目～13番目の参加者の得点は、60点より低いことがわかる。
残りの12人は、全員60点より高くなる可能性もあれば、全員60点未満である可能性もある。
よって、求める最大人数は $25+12=37$ (人)

第6章 確率と標本調査

① 場合の数

■ p.70 ■

- 1 (1) 
- (2) 
- (3) 
- 図 (1) 3通り (2) 6通り (3) 10通り

- 2 できる3桁の数は 111, 112, 121, 122, 211, 212, 221, 222
図 8通り

■ p.71 ■

- 3 (1) 3個の文字の並べ方は $aab, aba, baa, aac, aca, caa, abc, acb, bac, bca, cab, cba$
図 12通り
- (2) 表を○, 裏を×で表すと、表裏の出方は $\circ\circ, \circ\times\circ, \times\circ\circ, \times\times, \times\circ\times, \circ\times\times$
図 6通り

- 4 2個のさいころの目の数を(1, 2)のように表す。
(1) 目の和が6になるのは (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)
図 5通り
(2) 目の積が12になるのは (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)
目の積が24になるのは (4, 6), (6, 4)
目の積が36になるのは (6, 6)
図 7通り

- (3) 18の約数は 1, 2, 3, 6, 9, 18
目の和が2になるのは (1, 1)
目の和が3になるのは (1, 2), (2, 1)
目の和が6になるのは (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)
目の和が9になるのは (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)
目の和が1, 18になることはない。 図 12通り

- 5 (1) 4種類のケーキから1種類選ぶ方法は4通り
3種類の飲み物から1種類選ぶ方法は3通り
よって、求めるセットの作り方は $4 \times 3 = 12$ (通り)
- (2) さいころAの目の出方は3通り
さいころBの目の出方は3通り
よって、2個のさいころの目の出方は $3 \times 3 = 9$ (通り)
- (3) 2種類のジャケットから1種類選ぶ方法は2通り
5種類のブラウスから1種類選ぶ方法は5通り
3種類のスカートから1種類選ぶ方法は3通り
よって、求める選び方の総数は $2 \times 5 \times 3 = 30$ (通り)

- 6 (1) ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$
(2) ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$
(3) ${}_6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$
(4) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
(5) $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

- 7 (1) ${}_6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (通り)
(2) ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (通り)
(3) ${}_7P_5 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$ (個)
- 8 (1) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)
(2) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (通り)
(3) $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$ (通り)

■ p.72 ■

- 9 (1) 9枚のカードの中から4枚を選んで1列に並べ、その順にA, B, C, Dに配ればよい。
よって ${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ (通り)
- (2) 4人をA, B, C, Dとする。
7個のいすの中から4個を選んで1列に並べ、その順にA, B, C, Dが座ればよい。
よって ${}_7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ (通り)
- (3) 異なる5つの文字すべてを1列に並べる順列であるから $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (通り)
- (4) 6枚の皿すべてを1列に並べ、その順に戸棚に重ねて収納すればよい。
よって $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ (通り)

10 (1) ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

(2) ${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

(3) ${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

(4) ${}_7C_4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35$

(5) ${}_8C_1 = \frac{8}{1} = 8$

11 (1) ${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (通り)

(2) ${}_6C_4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15$ (通り)

(3) ${}_{12}C_6 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 924$ (通り)

12 (1) 円周上の10個の点から3個の点を選ぶと三角形が1個できる。

よって ${}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ (個)

(2) 円周上の10個の点から2個の点を選ぶと線分が1本できる。

よって ${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$ (本)

13 (1) 8本の直線から2本の直線を選ぶと交点が1個できる。

よって ${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$ (個)

(2) 8本の直線から3本の直線を選ぶと三角形が1個できる。

よって ${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (個)

14 (1) ${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ (通り)

(2) 9枚のカードの中から3枚を選んで1列に並べればよい。

よって ${}_9P_3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$ (種類)

15 (1) ${}_{10}C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$ (通り)

(2) ${}_{10}P_4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ (通り)

(3) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)

■ p.73 ■

16

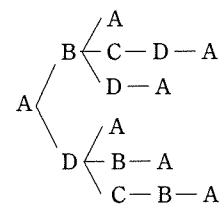


図 6通り

17 2個のさいころの目の数を(1, 2)のように表す。

(1) 目の和が2になるのは (1, 1)

目の和が3になるのは (1, 2), (2, 1)

目の和が5になるのは

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

目の和が7になるのは

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

目の和が11になるのは (5, 6), (6, 5)

図 15通り

(2) Aの目が2の場合は (2, 1)

Aの目が3の場合は (3, 1), (3, 2)

Aの目が4の場合は (4, 1), (4, 2), (4, 3)

Aの目が5の場合は

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4)

Aの目が6の場合は

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)

図 15通り

18 (1) 1番上に1番大きな赤の円板を通すと、その下の円板の並び方によらず、1色だけが見える。

よって、黄、青、緑、黒の円板を1列に並べ、その順に棒に通せばよいから

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)

(2) 1番上に黄の円板、2番目に赤の円板を通せばよいから、求める通し方の総数は

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

■ p.74 ■

19 (1) 万の位には0は使えない。

よって、万の位の数字の決め方は4通り

千の位の数字は、万の位の数字以外の数字になるから、千の位の決め方は4通り

百の位の数字は、万の位、千の位の数字以外の数字になるから、百の位の決め方は3通り

十の位の数字は、万の位、千の位、百の位の数字以外の数字になるから、十の位の決め方は2通り

一の位の数字は、残った1つの数字になるから、一の位の決め方は1通り

したがって、求める5桁の整数の総数は

$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$ (個)

【注意】千の位、百の位、十の位、一の位は、万の位以外の数字を使えばよいから、その決め方は4!通りと考えられる。

(2) 一の位の数字が偶数のとき、その数は偶数となるから、一の位の数字は2または4の2通りある。

万の位、千の位、百の位、十の位は、一の位の数字以外の数字を使えばよいから、その決め方の総数は

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

したがって、求める5桁の偶数の総数は

$2 \times 24 = 48$ (個)

20 一の位の数字が奇数のとき、その数は奇数となるから、一の位の数字は1, 3, 5のいずれかの3通りである。

千の位には0は使えないから、千の位の数字は、0と一の位で使った数字以外の5通り

百の位、十の位は、千の位、一の位に使った数字以外の数字を使えばよいから、その決め方は

${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$ (通り)

したがって、4桁の奇数の総数は

$3 \times 5 \times 20 = 300$ (個)

21 (1) 5つの数字の中から3つ取って並べる順列の総数を求めればよい。

よって、求める個数は ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (個)

(2) 355より小さい数のうち、百の位が3である数は324, 325, 326, 342, 345, 346, 352, 354

の8個ある。

また、百の位が2の数は、十の位、一の位が3, 4, 5, 6のいずれかになるから、 ${}_4P_2 = 12$ (個) ある。

よって、求める個数は $8 + 12 = 20$ (個)

(3) 452より大きい数のうち、百の位が4である数は453, 456, 462, 463, 465

の5個ある。

また、百の位が5の数は、十の位、一の位が2, 3, 4, 6のいずれかになるから、 ${}_4P_2 = 12$ (個) ある。

百の位が6の数も同様に ${}_4P_2 = 12$ (個) ある。

よって、求める個数は $5 + 12 + 12 = 29$ (個)

22 (1) Cの位置は固定されているから、A, B, D, Eの4人の並び方を考えればよい。

よって、求める並び方の総数は

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)

(2) A, Bの位置は固定されているから、C, D, Eの3人の並び方を考えればよい。

よって、求める並び方の総数は

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

(3) 左端がA, 右端がBとなる並び方は

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り)

左端がB, 右端がAとなる並び方も、同様に

6通り

よって、求める並び方の総数は $6 + 6 = 12$ (通り)

23 (1) 左端の女子の並び方は3通り

残り5人の並び方は $5! = 120$ (通り)

よって、求める並び方の総数は

$3 \times 120 = 360$ (通り)

(2) 男子2人を選んで両端に並べる並び方は

${}_3P_2 = 6$ (通り)

間の4人の並び方は $4! = 24$ (通り)

よって、求める並び方の総数は

$6 \times 24 = 144$ (通り)

■ p.75 ■

24 文字をおく場所を7つ用意すると考える。

7つの場所のうち、どの3つにbをおくかを選べばよい。

よって、求める文字列の種類総数は

${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$ (種類)

25 南から北へ1区画動くことを↑、西から東へ1区画動くことを→で表す。

(1) A地点からP地点まで遠回りしないで行く道順は2つの↑と、2つの→の組合せで表される。

この組合せの総数は、4回の動きのうちどの2つが↑であるかを選ぶ方法の総数であるから

${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (通り)

(2) P地点からB地点まで遠回りしないで行く道順は1つの↑と、2つの→の組合せで表される。

この組合せの総数は、3回の動きのうちどの1つが↑であるかを選ぶ方法の総数であるから

${}_3C_1 = 3$ (通り)

(3) (1), (2)の結果により $6 \times 3 = 18$ (通り)

26 4本の水平な平行線から2本、4本の斜めの平行線から2本選ぶことで、平行四辺形が1つ決まる。

したがって、平行四辺形の個数は、線の選び方の総数と等しくなる。

4本の水平な平行線から2本選ぶ方法の総数は

${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

同様に、4本の斜めの平行線から2本選ぶ方法の総数も

${}_4C_2 = 6$

よって、線の選び方の総数は

$6 \times 6 = 36$

したがって、求める平行四辺形の個数は36個

② 事柄の起こりやすさと確率

③ 確率の計算

■ p.76 ■

27 (1)

U	100	200	300	400	500
A	45	108	141	208	245
$\frac{A}{U}$	0.45	0.54	0.47	0.52	0.49

(2) 0.5

28 (1) $\frac{1}{5}$

(2) $\frac{2}{5}$