

第5章 1次関数

1 変化と関数

■ p.66 ■

1 y が x の関数であるものは ①, ②, ③, ⑤, ⑦

【参考】 関数となっていないものは ④, ⑥

④は, 周の長さが決まっても, 縦と横のそれぞれの長さはただ1つには定まらないため, 面積は, ただ1つには定まらない。

よって, 関数とはならない。

⑥は, たとえば $x=2$ としたとき, y は 2, 4, 6, …… と無数にあり, ただ1つには定まらない。

よって, 関数とはならない。

2 (1) ① $y=5x$

② $40 \div 5 = 8$ であるから, x の変域は

$$0 \leq x \leq 8$$

③ y の変域は $0 \leq y \leq 40$

(2) ① $y=18-0.5x$

② $18 \div 0.5 = 36$ であるから, x の変域は

$$0 \leq x \leq 36$$

③ y の変域は $0 \leq y \leq 18$

(3) ① $x \times y \div 2 = 10$

これを变形して $y = \frac{20}{x}$

② x の変域は $x > 0$

③ y の変域は $y > 0$

2 比例とそのグラフ

■ p.67 ■

3 y が x の関数で, $y=ax$ (a は定数) と表されるとき, y は x に比例する。

④の式を变形すると $y=-x+12$

⑥の式を变形すると $y=\frac{1}{4}x$

⑦の式を变形すると $y=-2x$

⑧の式を变形すると $y=-3x$

したがって, y が x に比例するものは

①, ②, ⑥, ⑦, ⑧

4 (1)

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

【参考】 y を x で表すと $y=3x$

(2)

x	1	2	3	4	5
y	-2	-4	-6	-8	-10

【参考】 y を x で表すと $y=-2x$

(3)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1

【参考】 y を x で表すと $y=-\frac{1}{2}x$

(4)

x	0	2	4	6	8
y	0	5	10	15	20

【参考】 y を x で表すと $y=\frac{5}{2}x$

■ p.68 ■

5 (1) y を x の式で表すと $y=120x$

よって, y は x に比例する。

比例定数は 120

(2) y を x の式で表すと

$$y=5 \times x \div 2 \quad \text{すなわち} \quad y=\frac{5}{2}x$$

よって, y は x に比例する。

比例定数は $\frac{5}{2}$

(3) 時速 4 km は分速 $\frac{200}{3}$ m である。

y を x の式で表すと $y=\frac{200}{3}x$

よって, y は x に比例する。

比例定数は $\frac{200}{3}$

6 (1) $y=2x$

(2) $x=-5$ のとき $y=2 \times (-5) = -10$

$x=-5$ は基準の時点の 5 分前ということ。

$y=-10$ は水そうの中の水の量が, 水そうの半分より 10 L 少ないということ。

(3) y の変域は $-50 \leq y \leq 50$

よって $-50 \leq 2x \leq 50$

$$-25 \leq x \leq 25$$

図 $-25 \leq x \leq 25, -50 \leq y \leq 50$

(4) 午前 8 時 30 分が, $x=0$ であり, このとき,

水そうに入っている水の量は, 50 L である。

午前 8 時 45 分は, $x=15$ であるから

$$y=2 \times 15 = 30$$

よって, 求める水の量は $50+30=80$ より

$$80 \text{ L}$$

午前 8 時 20 分は, $x=-10$ であるから

$$y=2 \times (-10) = -20$$

よって, 求める水の量は $50-20=30$ より

$$30 \text{ L}$$

図 午前 8 時 45 分には 80 L

午前 8 時 20 分には 30 L

7 (1) ① 比例定数を a とすると $y=ax$

$x=3$ のとき $y=12$ であるから

$$12=a \times 3$$

$$a=4$$

したがって $y=4x$

② $x=5$ のとき $y=4 \times 5 = 20$

(2) ① 比例定数を a とすると $y=ax$

$x=-5$ のとき $y=10$ であるから

$$10=a \times (-5)$$

$$a=-2$$

したがって $y=-2x$

② $x=4$ のとき $y=(-2) \times 4 = -8$

(3) ① 比例定数を a とすると $y=ax$

$x=6$ のとき $y=-4$ であるから

$$-4=a \times 6$$

$$a=-\frac{2}{3}$$

したがって $y=-\frac{2}{3}x$

② $y=-\frac{2}{3}x$ において $y=8$ とすると

$$8=-\frac{2}{3}x$$

よって $x=-12$

8 (1) 比例定数を a とすると $y=ax$

$x=30$ のとき $y=360$ であるから

$$360=a \times 30$$

$$a=12$$

したがって $y=12x$

(2) $x=50$ を $y=12x$ に代入して

$$y=12 \times 50 = 600$$

図 600 km

(3) $y=204$ を $y=12x$ に代入して

$$204=12x$$

これを解いて $x=17$

図 17 L

9 おもりの重さを x g, そのときのばねがのびた長さを y mm とする。

比例定数を a とすると $y=ax$

$x=20$ のとき $y=16$ であるから

$$16=a \times 20$$

これを解いて $a=\frac{4}{5}$

したがって $y=\frac{4}{5}x$

$x=50$ のとき $y=\frac{4}{5} \times 50 = 40$

図 40 mm

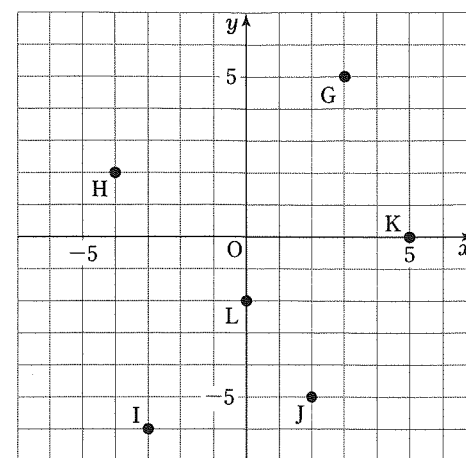
■ p.69 ■

10 (1) (2, 2) (2) (-5, 5)

(3) (-2, -4) (4) (0, 3)

(5) (4, -3) (6) (-6, 0)

11

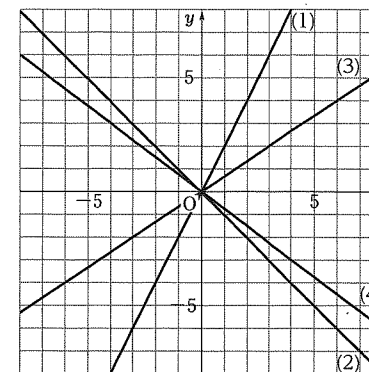


12 (1) ① (-5, -2) ② (5, 2) ③ (5, -2)

(2) ① (4, 3) ② (-4, -3) ③ (-4, 3)

(3) ① (0, -6) ② (0, 6) ③ (0, -6)

13



■ p.70 ■

14 (1) 3, 増加 (2) 4, 減少

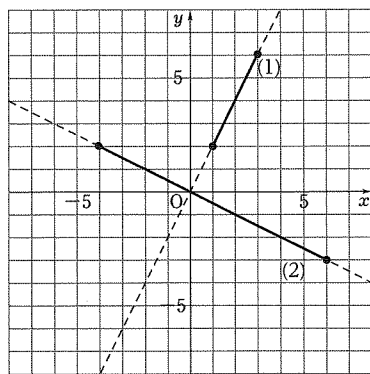
(3) -5 (4) $\frac{1}{2}$

15 ① $y=2x$ ② $y=-\frac{1}{2}x$

③ $y=-3x$ ④ $y=\frac{2}{3}x$

- 16 (1) 比例定数を a とすると $y=ax$ とおける。
 $x=4$ のとき $y=12$ であるから $12=4a$
よって $a=3$
したがって $y=3x$
- (2) 比例定数を a とすると $y=ax$ とおける。
 $x=-9$ のとき $y=6$ であるから $6=-9a$
よって $a=-\frac{2}{3}$
したがって $y=-\frac{2}{3}x$
- (3) 比例定数を a とすると $y=ax$ とおける。
 x の値が 2 増加するとき、 y の値が 8 増加するから、グラフは点 (2, 8) を通る。
 $x=2$ のとき $y=8$ であるから $8=2a$
よって $a=4$
したがって $y=4x$
- (4) 比例定数を a とすると $y=ax$ とおける。
 x の値が 4 増加するとき、 y の値が 10 減少するから、グラフは点 (4, -10) を通る。
 $x=4$ のとき $y=-10$ であるから $-10=4a$
よって $a=-\frac{5}{2}$
したがって $y=-\frac{5}{2}x$

- 17 (1) $x=1$ のとき $y=2 \times 1=2$
 $x=3$ のとき $y=2 \times 3=6$
よって、グラフは下の図の実線部分で、値域は $2 \leq y \leq 6$
- (2) $x=-4$ のとき $y=-\frac{1}{2} \times (-4)=2$
 $x=6$ のとき $y=-\frac{1}{2} \times 6=-3$
よって、グラフは下の図の実線部分で、値域は $-3 \leq y \leq 2$



■ p.71 ■

- 18 (1) 2点 A, B の x 座標が等しく、かつ、 y 座標の絶対値が等しく符号が異なればよい。
よって
 $a+1=2a+5, 2b-1=-(-3b+4)$
これを解いて $a=-4, b=3$
- (2) 2点 A, B の x 座標の絶対値が等しく符号が異なり、かつ、 y 座標が等しければよい。
よって
 $a+1=-(2a+5), 2b-1=-3b+4$
これを解いて $a=-2, b=1$
- (3) 2点 A, B の x 座標、 y 座標がともに、絶対値が等しく符号が異なればよい。
よって
 $a+1=-(2a+5), 2b-1=-(-3b+4)$
これを解いて $a=-2, b=3$

- 19 ジョギングをする速さは一定であるから、 y は x に比例する。
比例定数を a とすると $y=ax$ とおける。
 $x=30$ のとき $y=4$ であるから $4=30a$
よって $a=\frac{2}{15}$
したがって $y=\frac{2}{15}x$
- $x=15$ のとき $y=\frac{2}{15} \times 15=2$
 $x=90$ のとき $y=\frac{2}{15} \times 90=12$
よって、求める y の変域は $2 \leq y \leq 12$

- 20 (1) ① 条件より $y=a(x+2)$ とおける。
 $x=1$ のとき $y=-3$ であるから
 $-3=a \times (1+2)$
 $-3=3a$
よって $a=-1$
ゆえに $y=-(x+2)$
したがって $y=-x-2$
- ② $x=2$ のとき
 $y=-2-2=-4$
- (2) ① 条件より $y=3x, z=4y$ であるから
 $z=4 \times 3x$
よって $z=12x$
- ② $z=-48$ のとき
 $-48=12x$
よって $x=-4$

③ 反比例とそのグラフ

■ p.72 ■

- 21 y が x の関数で、 $y=\frac{a}{x}$ (a は定数) と表される
とき、 y は x に反比例する。
- ④ の式を変形すると $y=\frac{24}{x}$
- ⑦ の式を変形すると $y=\frac{-9}{x}$
- ⑧ の式を変形すると $y=\frac{3}{x}$
- したがって、 y が x に反比例するものは
①, ②, ④, ⑦, ⑧

22 (1)

x	1	2	3	4	6
y	12	6	4	3	2

【参考】 y を x で表すと $y=\frac{12}{x}$

(2)

x	1	2	3	4	12
y	-24	-12	-8	-6	-2

【参考】 y を x で表すと $y=-\frac{24}{x}$

(3)

x	-3	-2	-1	1	2
y	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	4	2

【参考】 y を x で表すと $y=\frac{4}{x}$

(4)

x	-4	-2	4	8	20
y	10	20	-10	-5	-2

【参考】 y を x で表すと $y=-\frac{40}{x}$

■ p.73 ■

- 23 (1) $xy=10$ であるから $y=\frac{10}{x}$
よって、 y は x に反比例する。
比例定数は 10
- (2) $xy=24$ であるから $y=\frac{24}{x}$
よって、 y は x に反比例する。
比例定数は 24
- (3) $y=\frac{120}{x}$ であるから、 y は x に反比例する。
比例定数は 120
- (4) $xy=40$ であるから $y=\frac{40}{x}$
よって、 y は x に反比例する。
比例定数は 40

- 24 (1) y が x に比例するときには
① $\times 2 = -6$, ① $\times 3 =$ ②
となる。
よって ① $= -3$, ② $= -9$
- (2) y が x に反比例するときには
① $\times \frac{1}{2} = -6$, ① $\times \frac{1}{3} =$ ②
となる。
よって ① $= -12$, ② $= -4$

- 25 (1) ① 比例定数を a とすると $y=\frac{a}{x}$ とおける。
 $x=4$ のとき $y=3$ であるから
 $3=\frac{a}{4}$
 $a=12$
したがって $y=\frac{12}{x}$
- ② $x=2$ のとき $y=\frac{12}{2}=6$
- (2) ① 比例定数を a とすると $y=\frac{a}{x}$ とおける。
 $x=-5$ のとき $y=6$ であるから
 $6=\frac{a}{-5}$
 $a=-30$
したがって $y=-\frac{30}{x}$
- ② $x=15$ のとき $y=-\frac{30}{15}=-2$
- (3) ① 比例定数を a とすると $y=\frac{a}{x}$ とおける。
 $x=-6$ のとき $y=3$ であるから
 $3=\frac{a}{-6}$
 $a=-18$
したがって $y=-\frac{18}{x}$
- ② $y=-8$ とすると $-8=-\frac{18}{x}$
よって $-8x=-18$
したがって $x=\frac{9}{4}$

- 26 (1) お菓子の数は $5 \times 12 = 60$ より全部で 60 個。
よって $xy=60$
したがって $y=\frac{60}{x}$