

1 変化と関数

基本のまとめ

1 関数

- ① 関数 x の値が決まると、それに対応して y の値がただ1つに決まるとき、 y は x の関数であるという。
- ② 変域 変数のとりうる値の範囲を 変域 という。特に、 y が x の関数であるとき、 x の変域を、その関数の 定義域 といい、定義域内の x の値に対応する y の変域を 値域 という。

基本問題

1 関数 ▶ まとめ 1 ①

次にあげる x と y の関係のうち、 y が x の関数であるものを選びなさい。

- ① 1個 x gのボール10個の重さを y gとする。
- ② 時速 x kmで3時間歩いたときの道のりを y kmとする。
- ③ 20本の鉛筆をAさんとBさんとで分ける。Aさんが x 本取り、Bさんが残りの y 本を取る。
- ④ 周の長さが x cmである長方形の面積を y cm²とする。
- ⑤ 1冊100円のノートを x 冊買い、1000円出したときのおつりを y 円とする。
- ⑥ 自然数 x の倍数を y とする。
- ⑦ 円周率3.141592...の小数第 x 位の数字を y とする。

2 関数と変域 ▶ まとめ 1 ②

次の問いに答えなさい。

- (1) 40Lの水が入る空の水そうに、水そうがいっぱいになるまで毎分5Lの割合で水を入れていく。水を入れ始めてから x 分後に水そうに入っている水の量を y Lとする。
- ① y を x の式で表しなさい。
 - ② x の変域を求めなさい。
 - ③ y の変域を求めなさい。
- (2) 長さ18cmのろうそくがある。これに火をつけると、1分間に0.5cmの割合で短くなっていくという。火をつけてから x 分後のろうそくの長さを y cmとする。
- ① y を x の式で表しなさい。
 - ② x の変域を求めなさい。
 - ③ y の変域を求めなさい。
- (3) 面積が10cm²である三角形の、底辺の長さを x cm、高さを y cmとする。
- ① y を x の式で表しなさい。
 - ② x の変域を求めなさい。
 - ③ y の変域を求めなさい。

2 比例とそのグラフ

基本のまとめ

1 比例

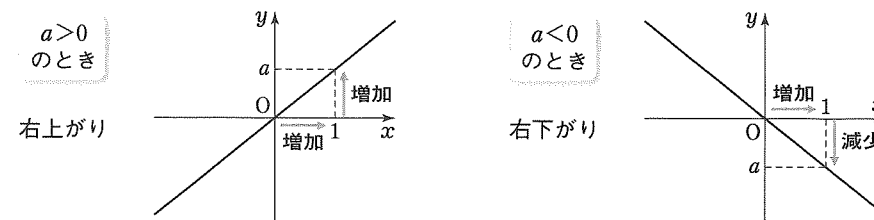
y が x の関数で、 $y=ax$ (a は定数、 $a \neq 0$)と表されるとき、 y は x に比例する といい、定数 a を比例定数という。

2 座標

- ① 点の座標 x 座標が a 、 y 座標が b である点の座標を (a, b) と表す。
- ② 対称な点の座標 x 軸、 y 軸、原点のそれぞれについて、点 (a, b) と対称な点の座標は
 x 軸： $(a, -b)$ y 軸： $(-a, b)$ 原点： $(-a, -b)$

3 比例のグラフ

比例 $y=ax$ のグラフは、原点と点 $(1, a)$ を通る直線である。



基本問題

3 比例の関係 ▶ まとめ 1

次にあげる x と y の関係を表した式の中から、 y が x に比例するものを選びなさい。

- ① $y=3x$
- ② $y=-5x$
- ③ $y=x-2$
- ④ $x+y=12$
- ⑤ $y=\frac{1}{x}$
- ⑥ $y=\frac{x}{4}$
- ⑦ $\frac{y}{x}=-2$
- ⑧ $x=-\frac{y}{3}$

4 比例の関係 ▶ まとめ 1

次にあげる表では、それぞれ y は x に比例している。表の空欄部分を埋めなさい。

□(1)

x	1	2	3	4	5
y	3	6		12	

□(2)

x	1	2	3	4	5
y	-2		-6	-8	

□(3)

x	-2	-1	0	1	2
y	1		0	$-\frac{1}{2}$	

□(4)

x	0	2	4		8
y	0	5	10	15	

5 比例の関係と比例定数 ▶まとめ 1

次にあげる x と y の関係について、 y は x に比例することを示しなさい。また、そのときの比例定数を答えなさい。

- (1) 1個120円のパンを x 個買ったときの代金を y 円とする。
- (2) 底辺の長さが5cm、高さが x cm である三角形の面積を y cm² とする。
- (3) 時速4kmで x 分歩いたときに進む道のりを y m とする。

6 比例の関係 ▶まとめ 1

100Lの水が入る空の水そうに、水そうがいっぱいになるまで毎分2Lの割合で水を入れていく。午前8時30分には、水が水そうの半分まで入っていた。この時点を目安にして、 x 分後に水そうの中の水の量が y L 増えるとする。次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) $x = -5$ のときの y の値を求めなさい。また、このときの x , y の値は、それぞれどのようなことを表しているか説明しなさい。
- (3) x の変域、 y の変域を、それぞれ求めなさい。
- (4) 午前8時45分、午前8時20分に入っている水の量を、それぞれ求めなさい。

7 比例の式の決定 ▶まとめ 1

次の問いに答えなさい。

- (1) y は x に比例し、 $x=3$ のとき $y=12$ である。
 - ① y を x の式で表しなさい。
 - ② $x=5$ のときの y の値を求めなさい。
- (2) y は x に比例し、 $x=-5$ のとき $y=10$ である。
 - ① y を x の式で表しなさい。
 - ② $x=4$ のときの y の値を求めなさい。
- (3) y は x に比例し、 $x=6$ のとき $y=-4$ である。
 - ① y を x の式で表しなさい。
 - ② $y=8$ となる x の値を求めなさい。

8 比例の関係 ▶まとめ 1

ある自動車が行くことができる道のりは、使ったガソリンの量に比例する。この自動車が、30Lのガソリンで360km走った。自動車が x Lのガソリンで y km 走るとして、次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) ガソリン50Lでは何km走ることができるか答えなさい。
- (3) 204kmの道のりを走るには、何Lのガソリンが必要であるか答えなさい。

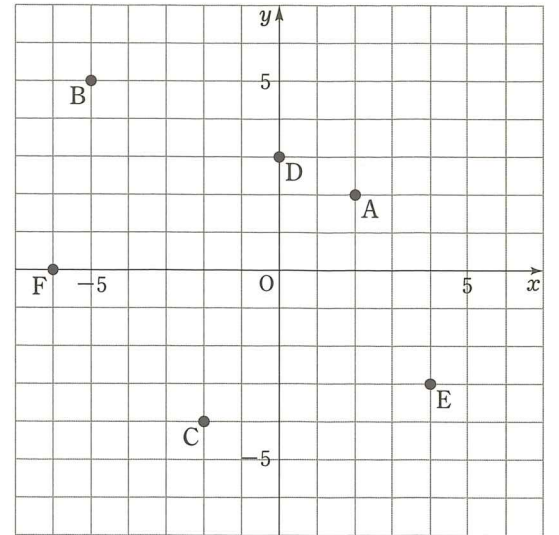
9 比例の関係 ▶まとめ 1

ばねののびの長さは、つるしたおもりの重さに比例することが知られている。あるばねの下端に、重さ20gのおもりをつるしたところ、ばねがのびた長さは16mmになった。このばねに重さ50gのおもりをつると、ばねがのびた長さは何mmになるか求めなさい。

10 点の座標 ▶まとめ 2 ①

右の図で、次の各点の座標を答えなさい。

- (1) 点A
- (2) 点B
- (3) 点C
- (4) 点D
- (5) 点E
- (6) 点F



11 点の座標 ▶まとめ 2 ①

右の図に、座標が次のようになる点をかき入れなさい。

- (1) G(3, 5)
- (2) H(-4, 2)
- (3) I(-3, -6)
- (4) J(2, -5)
- (5) K(5, 0)
- (6) L(0, -2)

12 対称な点の座標 ▶まとめ 2 ②

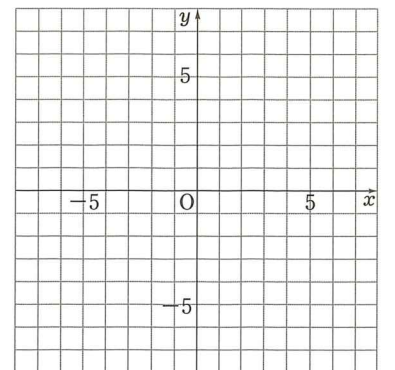
次の問いに答えなさい。

- (1) 点(-5, 2)について、次の点の座標を求めなさい。
 - ① x 軸に関して対称な点
 - ② y 軸に関して対称な点
 - ③ 原点に関して対称な点
- (2) 点(4, -3)について、次の点の座標を求めなさい。
 - ① x 軸に関して対称な点
 - ② y 軸に関して対称な点
 - ③ 原点に関して対称な点
- (3) 点(0, 6)について、次の点の座標を求めなさい。
 - ① x 軸に関して対称な点
 - ② y 軸に関して対称な点
 - ③ 原点に関して対称な点

13 比例のグラフ ▶まとめ 3

次の比例のグラフをかきなさい。

- (1) $y=2x$
- (2) $y=-x$
- (3) $y=\frac{2}{3}x$
- (4) $y=-\frac{3}{4}x$



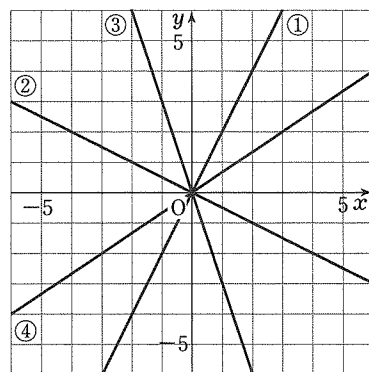
14 比例の関係と値の変化 ▶まとめ 3

次の□の中に、適当な言葉または数を入れなさい。

- (1) 比例 $y=3x$ は、 x の値が1ずつ増加すると y の値は□ずつ□する。
- (2) 比例 $y=-4x$ は、 x の値が1ずつ増加すると y の値は□ずつ□する。
- (3) 比例 $y=□x$ は、 x の値が1ずつ増加すると y の値は5ずつ減少する。
- (4) 比例 $y=□x$ は、 x の値が1ずつ増加すると y の値は $\frac{1}{2}$ ずつ増加する。

15 比例のグラフ ▶まとめ 3

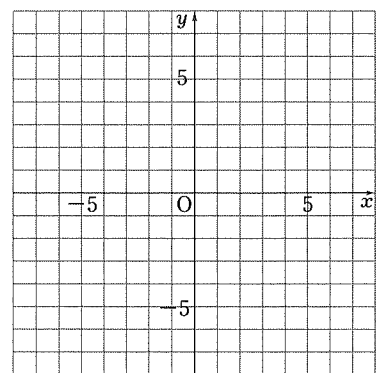
右の図の直線①～④は、比例のグラフである。それぞれについて、 y を x の式で表しなさい。



16 比例のグラフ ▶まとめ 3

y は x に比例し、そのグラフが、それぞれ次のような条件を満たすとき、 y を x の式で表しなさい。

- (1) 点 (4, 12) を通る。
- (2) 点 (-9, 6) を通る。
- (3) x の値が2増加するとき、 y の値が8増加する。
- (4) x の値が4増加するとき、 y の値が10減少する。



17 比例のグラフと値域 ▶まとめ 3

次の比例のグラフをかき、値域を求めなさい。

- (1) $y=2x$ ($1 \leq x \leq 3$)
- (2) $y=-\frac{1}{2}x$ ($-4 \leq x \leq 6$)

標準問題

例題1 対称な点の座標

2点 $(2a+1, b-5)$, $(-a-3, 3b+9)$ が原点に関して対称であるとき、 a , b の値を求めなさい。

考え方 条件を式に表すと、2つの方程式が得られるから、これを解く。

解答 2点 $(2a+1, b-5)$, $(-a-3, 3b+9)$ が原点に関して対称であるから

$$2a+1 = -(-a-3), \quad b-5 = -(3b+9)$$

これらを解いて $a=2, b=-1$ 答

18 2点 $A(a+1, 2b-1)$, $B(2a+5, -3b+4)$ がある。次のような条件を満たすように、 a , b の値をそれぞれ定めなさい。

- (1) 2点 A, B が x 軸に関して対称である。
- (2) 2点 A, B が y 軸に関して対称である。
- (3) 2点 A, B が原点に関して対称である。

19 Aさんは公園で毎日ジョギングをしている。Aさんがジョギングにかかる時間は日によって異なるが、ジョギングをする速さは一定で、30分間のジョギングをしたときに走る道のりは4kmになる。Aさんがジョギングを x 分間したときに走る道のりを y km とする。 x の変域が $15 \leq x \leq 90$ のとき、 y の変域を求めなさい。

発展問題

20 次の問いに答えなさい。

- (1) y は $x+2$ に比例し、 $x=1$ のとき $y=-3$ である。
 - ① y を x の式で表しなさい。
 - ② $x=2$ のときの y の値を求めなさい。
- (2) y は x に比例し、比例定数は3である。また、 z は y に比例し、比例定数は4である。
 - ① z を x の式で表しなさい。
 - ② $z=-48$ のときの x の値を求めなさい。

ヒント 20(1) \bigcirc が \triangle に比例するとき、比例定数を a とすると $\bigcirc = a \times \triangle$ の形の式で表すことができる。