(2) L：$x=\dfrac{2\times(-1)+1\times(-4)}{2+1}$, $y=\dfrac{2\times5+1\times0}{2+1}$

M：$x=\dfrac{2\times2+1\times(-1)}{2+1}$, $y=\dfrac{2\times0+1\times5}{2+1}$

N：$x=\dfrac{2\times(-4)+1\times2}{2+1}$, $y=\dfrac{2\times0+1\times0}{2+1}$

(3) $x=\dfrac{(-2)+1+(-2)}{3}$, $y=\dfrac{\frac{10}{3}+\frac{5}{3}+0}{3}$

4 (1) Q(6, 1), R(0, 9)　　(2) $G\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$

[解説]

(1) Q, R の座標を (x, y), (x', y') とおく。

$\dfrac{(-4)+x}{2}=1$, $\dfrac{(-3)+y}{2}=-1$

$\dfrac{(-4)+x'}{2}=-2$, $\dfrac{(-3)+y'}{2}=3$

(2) $x=\dfrac{(-4)+6+0}{3}$, $y=\dfrac{(-3)+1+9}{3}$

5 (1) $(1,\ 1+\sqrt{5})$, $(1,\ 1-\sqrt{5})$

(2) $(3+\sqrt{5},\ -1)$, $(3-\sqrt{5},\ -1)$

[解説]

(1) 求める点を $(1, y)$ とする。

$(1-3)^2+(y-1)^2=3^2$ を解くと，$y=1\pm\sqrt{5}$

(2) 求める点を $(x, -1)$ とする。

$(x-3)^2+(-1-1)^2=3^2$ を解くと，$x=3\pm\sqrt{5}$

17　直線の方程式〔P 82～P 85〕

◇確認問題〔P 82～P 83〕

1 (1) $y=2x+3$　　(2) $y=-x+\frac{1}{2}$　　(3) $y=-\frac{2}{3}$

2 (1) $y=3x-13$　　(2) $y=x+2$

(3) $y=-3x$　　(4) $x=\frac{1}{2}$

3 (1)① $y=\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$　　② $x=1$

(2)① 傾き $\frac{7}{3}$, y 切片 -5　　② 傾き -1, y 切片 -3

[解説]

(1)① $y-3=\dfrac{5-3}{4-(-2)}\{x-(-2)\}$

(2)① $y-(-5)=\dfrac{2-(-5)}{3-0}(x-0)$

② $y-1=\dfrac{-2-1}{-1-(-4)}\{x-(-4)\}$

4 (1) x 座標が 4 の点の y 座標 -5

x 座標が -2 の点の y 座標 -2

(2) $a=1$

[解説]

(1) $x=4$ のとき　$y=\left(-\frac{1}{2}\right)\times4-3$

$x=-2$ のとき　$y=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)-3$

(2) 2 点 $(-2, 11)$, $(1, 5)$ を通る直線は

$y-11=\dfrac{5-11}{1-(-2)}\{x-(-2)\}$

ここに $x=3$ を代入する。

◇練成問題A〔P 84〕

1 (1) $y=-\frac{1}{2}x-5$　　(2) $y=-4x+3$

(3) $y=2x-\frac{3}{2}$　　(4) $y=-\frac{5}{6}x-1$

2 (1) $y=x-1$　　(2) $y=-3x-1$

(3) $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{12}$　　(4) $x=\frac{11}{3}$

3 (1) $y=-\frac{5}{6}x+2$　　(2) $y=\frac{7}{2}x+\frac{21}{2}$

(3) $x=3$　　(4) $y=\frac{1}{5}x-\frac{13}{10}$

[解説]

(1) $y-2=\dfrac{-3-2}{6-0}(x-0)$

(2) $y-7=\dfrac{0-7}{-3-(-1)}\{x-(-1)\}$

(3) y 軸に平行

(4) $y-(-1)=\dfrac{-\frac{1}{2}-(-1)}{4-\frac{3}{2}}\left(x-\frac{3}{2}\right)$

4 (1) 傾き $\frac{1}{3}$, y 切片 $\frac{7}{3}$

(2) 傾き $-\frac{1}{8}$, y 切片 $-\frac{5}{8}$

(3) 傾き $-\frac{3}{5}$, y 切片 4

(4) 傾き $\frac{1}{2}$, y 切片 -5

[解説]

(1) $y-2=\dfrac{1-2}{-4-(-1)}\{x-(-1)\}$

(2) $y-(-1)=\dfrac{0-(-1)}{-5-3}(x-3)$

(3) 傾き $\dfrac{4-1}{0-5}$, B の座標より y 切片は 4

(4) $y-(-1)=\dfrac{-3-(-1)}{4-8}(x-8)$

5 x 座標が 0 の点の y 座標 $-\frac{1}{2}$

x 座標が -1 の点の y 座標 $-\frac{7}{2}$

x 座標が 5 の点の y 座標 $\frac{29}{2}$

[解説]

$y=3\times0-\frac{1}{2}$, $y=3\times(-1)-\frac{1}{2}$, $y=3\times5-\frac{1}{2}$

6 (1) $a=-\frac{7}{2}$　　(2) $a=1$

[解説]

(1) $(6, 0)$, $(0, -3)$ を通る直線の方程式は

$y-0=\dfrac{-3-0}{0-6}(x-6)$

ここに $x=-1$ を代入する。

(2) $(-1, 5)$, $(2, 3)$ を通る直線の方程式は

$$y-5=\frac{3-5}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$$

ここに $x=5$ を代入する。

◇練成問題B〔P 85〕

1 (1) $y=3x-12$　　(2) $y=-2x-6$

2 (1) y 切片 -10，交点の座標 $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$

(2) y 切片 -1，交点の座標 $(-2,\ 0)$

［解説］

(1) $y-2=4(x-3)$ を整理すると　$y=4x-10$

(2) $y-3=-\frac{1}{2}\{x-(-8)\}$ を整理すると

$y=-\frac{1}{2}x-1$

3 (1) x 軸との交点 $\left(\frac{3}{4},\ 0\right)$，$y$ 軸との交点 $(0,\ 3)$

(2) x 軸との交点 $\left(-\frac{7}{4},\ 0\right)$，$y$ 軸との交点 $\left(0,\ \frac{7}{5}\right)$

［解説］

(1) $y-(-5)=\frac{7-(-5)}{-1-2}(x-2)$ を整理すると

$y=-4x+3$

(2) $y-1=\dfrac{2-1}{\frac{3}{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)}\left\{x-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}$ を整理すると

$y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

4 (1) $a=-16$　　(2) $a=-\frac{3}{2}$

［解説］

(1) $y-2=-2\{x-(-6)\}$ に $x=3$ を代入する。

(2) $y-5=2(x-2)$ に $y=-2$ を代入する。

5 (1) $m=-21$　　(2) $m=-\frac{11}{2}$　　(3) $k=\frac{1}{4}$

［解説］

(1) $3=3\times8+m$ を解く。

(2) $2=\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-3)+m$ を解く。

(3) $-\frac{1}{2}=4k-\frac{3}{2}$ を解く。

6 (1) -1　　(2) $\frac{11}{3}$

［解説］

(1) 求める直線は2点 $(-1,\ 3)$，$(0,\ 2)$ を通るから，

傾き $\frac{2-3}{0-(-1)}$

(2) 求める直線は2点 $(3,\ 9)$，$(0,\ -2)$ を通るから，

傾き $\frac{-2-9}{0-3}$

18　直線と直線や点との位置関係〔P 86～P 93〕

◇確認問題〔P 86～P 90〕

1 (1) 平行：$y=2x+7$，垂直：$y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$

(2) 平行：$y=-\frac{1}{3}x-3$，垂直：$y=3x-3$

(3) 平行：$x=\frac{1}{2}$，垂直：$y=-\frac{3}{4}$

2 (1) $y=-\frac{4}{9}x+\frac{61}{18}$　　(2) $y=\frac{2}{3}x+\frac{19}{6}$

(3) $x=-1$

［解説］

(1) ABの中点の座標は $\left(2,\ \frac{5}{2}\right)$

直線ABの傾きは $\frac{7-(-2)}{4-0}=\frac{9}{4}$

(2) ABの中点の座標は $\left(-4,\ \frac{1}{2}\right)$

直線ABの傾きは $\frac{2-(-1)}{-5-(-3)}=-\frac{3}{2}$

(3) ABの中点の座標は $(-1,\ -1)$

A，Bの y 座標が等しいことに注意。

3 (1) $(1,\ 2)$　　(2) $\left(\frac{1}{8},\ \frac{5}{8}\right)$　　(3) $\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$

［解説］

(1) $3x-1=-2x+4$　　(2) $-3x+1=x+\frac{1}{2}$

(3) l_1 に $y=\frac{1}{2}$ を代入する。

4 (1) $(3+k)x+(4k-1)y+(2-k)=0$（k は定数）または l_2

(2) $y=-\frac{5}{7}x$

［解説］

(2) (1)の式に $x=y=0$ を代入すると，$2-k=0$，つまり $k=2$ が得られる。これをふたたび(1)の式に代入する。

5 (1) $Q(-5,\ 3)$　　(2) $Q\left(-\frac{12}{5},\ -\frac{44}{5}\right)$　　(3) $Q(0,\ 7)$

［解説］

$Q(a,\ b)$ とする。

(1) $\frac{b-7}{a-3}=\frac{1}{2}$，$2\cdot\frac{3+a}{2}+\frac{7+b}{2}-3=0$

(2) $\frac{b-4}{a-4}=2$，$\frac{4+a}{2}+2\cdot\frac{4+b}{2}+4=0$

(3) $\frac{b-6}{a-3}=-\frac{1}{3}$，$3\cdot\frac{3+a}{2}-\frac{6+b}{2}+2=0$

6 (1) $y=-2x+9$　　(2) $y=\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}$

［解説］

(1) 点 $(4,\ 1)$ を通り，傾き -2 の直線

(2) 点 $(-1,\ -3)$ を通り，傾き $\frac{2}{3}$ の直線

7 (1) $d=\frac{2\sqrt{17}}{17}$　　(2) $d=\frac{\sqrt{5}}{2}$　　(3) $d=\frac{\sqrt{5}}{10}$

［解説］

(1) $d=\dfrac{|4\times(-2)-(-5)+1|}{\sqrt{4^2+(-1)^2}}$

(2) $d=\dfrac{\left|2\times\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)-4\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$

(3) $d=\dfrac{|4\times(-1)-2\times(-1)+1|}{\sqrt{4^2+(-2)^2}}$

8 垂心の座標は $\left(-2,\ \frac{3}{5}\right)$

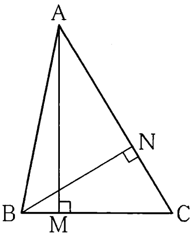
△ABC の面積 10

［解説］

A，B から対辺に下ろした垂線の足をM，Nとする。

直線 AM：$x = -2$

直線 BN：$y = \frac{3}{5}(x + 3)$



これを連立させて解くと垂心の座標が得られる。

また，BC の長さ 4，AM の長さ 5

ゆえに　△ABC の面積 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$

◇練成問題A〔P 91 〜 P 92〕

1 (1)　平行：$y = 4x - 14$，垂直：$y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$

(2)　平行：$y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$，垂直：$y = -2x - 8$

(3)　平行：$y = -1$，垂直：$x = 6$

2 (1)　$y = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

(2)　$y = \frac{1}{3}x - \frac{26}{3}$

(3)　$y = \frac{8}{9}x + \frac{103}{108}$

［解説］

(1)　ABの中点の座標は　$\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$

直線 ABの傾きは　$\frac{-3-0}{-1-0} = 3$

(2)　AB の中点の座標は $(2,\ -8)$

直線 AB の傾きは　$\frac{-11-(-5)}{3-1} = -3$

(3)　ABの中点の座標は　$\left(\frac{1}{3},\ \frac{5}{4}\right)$

直線 ABの傾きは　$\frac{2 - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{3} - 1} = -\frac{9}{8}$

3 (1)　$(1,\ 3)$　　(2)　$(-2,\ -2)$　　(3)　$\left(\frac{9}{13},\ \frac{1}{13}\right)$

［解説］

(1)　$-x + 4 = 6x - 3$

(2)　$\frac{1}{2}x - 1 = -2x - 6$

(3)　$3x - 2 = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

4 (1)　$(2 + 3k)x + (1 - k)y + (5 + 2k) = 0$（$k$ は定数）または

l'；原点を通るのは $y = \frac{11}{7}x$

(2)　$(1 + 3k)x + (1 - k)y + (3k - 5) = 0$（$k$ は定数）または

l'；点$\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ を通るのは $x = \frac{1}{2}$

(3)　$2kx + (3k + 1)y - (3 + 7k) = 0$（$k$ は定数）または

l'；点 $(-5,\ 1)$ を通るのは　$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

［解説］

(1)　$(2 + 3k)x + (1 - k)y + (5 + 2k) = 0$ に $x = 0$，$y = 0$ を代入すると $k = -\frac{5}{2}$ が求まる。これを上の式に代入して整理する。

(2)　$(1 + 3k)x + (1 - k)y + (3k - 5) = 0$ に $x = \frac{1}{2}$，$y = \frac{1}{2}$ を代入すると $k = 1$ が求まる。これを上の式に代入して整理する。

(3)　$2kx + (3k + 1)y - (3 + 7k) = 0$ に $x = -5$，$y = 1$ を代入すると $k = -\frac{1}{7}$ が求まる。これを上の式に代入して整理する。

5 (1)　Q$(1,\ -1)$　　(2)　Q$(0,\ 2)$　　(3)　Q$(-2,\ -3)$

［解説］

Q$(a,\ b)$ とする。

(1)　$\frac{b-1}{a+3} = -\frac{1}{2}$，$2 \cdot \frac{-3+a}{2} - \frac{1+b}{2} + 2 = 0$

(2)　$\frac{b-4}{a-2} = 1$，$\frac{2+a}{2} + \frac{4+b}{2} - 4 = 0$

(3)　$\frac{b+1}{a-4} = \frac{1}{3}$，$3 \cdot \frac{4+a}{2} + \frac{-1+b}{2} - 1 = 0$

6 (1)　$y = -\frac{1}{3}x + 5$　　(2)　$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

(3)　$x = 5$

［解説］

(1)　点Aを通り，傾き $-\frac{1}{3}$ の直線

(2)　点Aを通り，傾き $-\frac{1}{2}$ の直線

(3)　点Aを通り，x 軸に垂直な直線

7 (1)　$d = \frac{3\sqrt{5}}{5}$　　(2)　$d = \frac{3\sqrt{10}}{10}$　　(3)　$d = \frac{6}{5}$

(4)　$d = \frac{5\sqrt{17}}{17}$　　(5)　$d = 2\sqrt{2}$

［解説］

(1)　$d = \frac{|2 \times 0 + (-1) \times 0 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$

(2)　$d = \frac{\left|\frac{1}{3} \times 3 - 2\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + (-1)^2}}$

(3)　$d = \frac{|4 \times (-2) + 3 \times 1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$

(4)　$d = \frac{\left|4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-1)\right|}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}}$

(5)　$d = \frac{|6 + (-11) + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$

8 (1)　$y = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$　　(2)　$\left(-1,\ \frac{4}{3}\right)$

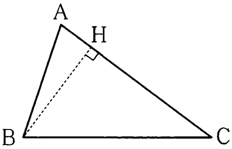
(3)　3　　(4)　$\frac{15}{2}$

［解説］

(1) 直線ACの傾きは

$$\frac{0-3}{3-(-1)}=-\frac{3}{4}$$

よって，直線BHは点Bを通り，傾き $\frac{4}{3}$ の直線である。



(2) 点AからBCに下ろした垂線の方程式は $x=-1$
これと(1)で求めた直線BHの交点を求めればTが求まる。(1)の方程式に $x=-1$ を代入すると，

$$y=\frac{4}{3}\times(-1)+\frac{8}{3}$$

(3) 直線ACの方程式は $y-3=-\frac{3}{4}(x+1)$
これを整理すると $3x+4y-9=0$
ゆえに $d=\dfrac{|3\times(-2)+4\times 0-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{15}{5}=3$

(4) 線分ACの長さ $\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(0-3)^2}=5$
ゆえに △ABCの面積 $=\frac{1}{2}\times 5\times 3=\frac{15}{2}$

［別解］Aと直線BCの距離は3，BCの長さは5。これを用いても同じ結果が得られる。

◇練成問題B〔P 93〕

1 (1) 平行：$y=x+4$，垂直：$y=-x+2$
(2) $y=-x+7$　　(3) $y=kx+3$，$x=0$

［解説］

(1) 直線ABの傾きは $\dfrac{2-8}{-1-5}=1$

(2) ABの中点の座標は $(2,\ 5)$
よって点 $(2,\ 5)$ を通り，傾き -1 の直線が求めるもの。

(3) Cの座標は $\begin{cases} x=\dfrac{5\times(-1)+1\times 5}{5+1}=0 \\ y=\dfrac{5\times 2+1\times 8}{5+1}=3 \end{cases}$

より $C(0,\ 3)$ である。$C(0,\ 3)$ を通る直線の一般形を求めればよい。

2 $B(-3,\ 5)$

［解説］

Bの座標を $(a,\ b)$ とおく。
A，Bの中点Pの座標は $\left(\dfrac{a+1}{2},\ \dfrac{b-3}{2}\right)$ である。
Pは与えられた直線上にあることから

$a-2b+13=0$ …… (i)

直線ABの傾き $\dfrac{b+3}{a-1}=-2$ となることより

$b+3=-2a+2$ …… (ii)

(i)，(ii)より a，b の値を求める。

3 (1) $\left(-\frac{4}{5},\ \frac{2}{5}\right)$　　(2) $(6,\ -1)$

［解説］

Bの座標を $(a,\ b)$ とする。いずれも直線 l がABの垂直二等分線になっていることに注意する。

(1) ABの中点Pの座標は $\left(\dfrac{a}{2},\ \dfrac{b}{2}\right)$

Pが l 上にあることより $\dfrac{b}{2}=a+1$ …… (i)

直線ABの傾き $\dfrac{b}{a}=-\dfrac{1}{2}$ …… (ii)

これから a，b を求めればよい。

(2) ABの中点Pの座標は $\left(\dfrac{a+2}{2},\ \dfrac{b+5}{2}\right)$
Pが l 上にあることより

$a+2-\frac{3}{2}(b+5)-2=0$ …… (i)

直線ABの傾き $\dfrac{b-5}{a-2}=-\dfrac{3}{2}$ …… (ii)

これから a，b を求めればよい。

4 (1) $y=6x-11$　　(2) $x=3$

［解説］

l，l' の交点を求める。

$$\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}=x+4$$

を解いて，交点の座標は $(3,\ 7)$ とわかる。
(1)は点 $(3,\ 7)$ を通り，傾き6の直線
(2)は点 $(3,\ 7)$ を通り，y 軸に平行な直線

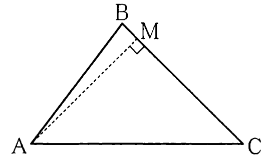
5 (1) $y=x+4$　　(2) $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{7}{2}\right)$　　(3) $(-1,\ 3)$

［解説］

(1) 直線BCの傾きは

$$\frac{0-4}{3-(-1)}=-1$$

よって直線AMは，点Aを通る傾き1の直線である。



(2) 直線BCと直線AMの交点を求めれば，それがMである。直線BCの方程式は，点Cを通る傾き -1 の直線なので $y=-1(x-3)$

$$\begin{cases} y=-x+3 \\ y=x+4 \end{cases}$$

を解くと

$$x=-\frac{1}{2},\ y=\frac{7}{2}$$

(3) (1)の方程式に，$x=-1$ を代入する。

6 (1) $2\sqrt{5}$　　(2) 10

［解説］

(1) 直線BCの方程式は $y=\dfrac{0-(-4)}{3-1}(x-3)$
これを整理すると $2x-y-6=0$
ゆえに $d=\dfrac{|2\times(-1)-2-6|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$

(2) 線分BCの長さ $=\sqrt{(3-1)^2+\{0-(-4)\}^2}=2\sqrt{5}$
ゆえに △ABCの面積 $=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}$

19 円の方程式〔P 94～P 97〕

◇確認問題〔P 94～P 95〕

1 (1) $x^2+y^2=25$
(2) $(x-3)^2+(y-2)^2=9$
(3) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

2 (1)① 中心は $(-1,\ 0)$，半径は3
② 中心は $(4,\ 2)$，半径は $3\sqrt{2}$

③　中心は $\left(-\frac{5}{2},\ \frac{3}{2}\right)$，半径は $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

(2)①　$n < 13$　　　②　$n < \frac{17}{2}$

[解説]

(1)①　与式 $= (x+1)^2 + y^2 - 1 - 8 = 0$

②　与式 $= (x-4)^2 + (y-2)^2 - 16 - 4 + 2 = 0$

③　与式 $= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - \frac{9}{4} - 16$
$= 0$

(2)①　$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 13 - n > 0$

②　$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{2} - n > 0$

3 (1)　$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$

(2)　$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 10$

(3)　$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 2$

[解説]

(1)　ABの中点Pの座標は $(1,\ -1)$
$|AP|^2 = \{1-(-1)\}^2 + (-1-2)^2 = 13$

(2)　ABの中点Pの座標は $(-2,\ -1)$
$|AP|^2 = (-2-1)^2 + (-1-0)^2 = 10$

(3)　ABの中点Pの座標は $\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$
$|AP|^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 = 2$

4 (1)　$x^2 + y^2 - \frac{21}{5}x - \frac{21}{5}y + \frac{22}{5} = 0$

(2)　外心は $\left(2,\ \frac{3}{4}\right)$，外接円の半径は $\frac{5}{4}$

[解説]

(1)　求める方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく。
点 $(0,\ 2)$ を通ることより
$4 + 2m + n = 0$　……　(i)
点 $(2,\ 0)$ を通ることより
$4 + 2l + n = 0$　……　(ii)
点 $(4,\ 3)$ を通ることより
$25 + 4l + 3m + n = 0$　……　(iii)
(i)，(ii)より　$m = l$
(i)，(iii)を連立させると，
$l = m = -\frac{21}{5}$，$n = \frac{22}{5}$

(2)　まず3点を通る円の方程式を
$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$
とおき，これを求める。
点 $(1,\ 0)$ を通ることより　$1 + l + n = 0$
点 $(3,\ 0)$ を通ることより　$9 + 3l + n = 0$
点 $(2,\ 2)$ を通ることより　$8 + 2l + 2m + n = 0$
これを解くと，$l = -4$，$m = -\frac{3}{2}$，$n = 3$
$x^2 + y^2 - 4x - \frac{3}{2}y + 3$
$= (x-2)^2 + \left(y - \frac{3}{4}\right)^2 + 3 - 4 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0$

◇練成問題A〔P 96〕

1 (1)　$(x+1)^2 + (y-6)^2 = 25$

(2)　$(x+2)^2 + (y-6)^2 = 18$

(3)　$x^2 + (y-5)^2 = 81$

(4)　$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 4$

2 (1)　中心の座標は $\left(-2,\ \frac{1}{2}\right)$，半径は $\frac{\sqrt{17}}{2}$

(2)　中心の座標は $(-1,\ 3)$，半径は 4

(3)　中心の座標は $\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)$，半径は 2

(4)　中心の座標は $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{3}\right)$，半径は $\frac{\sqrt{2}}{3}$

[解説]

(1)　$(x+2)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - 4 - \frac{1}{4} = 0$

(2)　$(x+1)^2 + (y-3)^2 - 1 - 9 - 6 = 0$

(3)　$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - \frac{9}{4} + \frac{1}{2} = 0$

(4)　$x^2 + y^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{1}{3} = 0$
$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = 0$

3 (1)　$n < 13$　　　(2)　$n < \frac{17}{2}$

[解説]

(1)　$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 13 - n > 0$

(2)　$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{2} - n > 0$

4 (1)　$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$

(2)　$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$

(3)　$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{2}$

[解説]

(1)　ABの中点Pの座標は $(2,\ 1)$
$|AP|^2 = (2-6)^2 + (1-3)^2 = 20$

(2)　ABの中点Pの座標は $(-3,\ 4)$
$|AP|^2 = (-3)^2 + 4^2 = 25$

(3)　ABの中点Pの座標は $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$
$|AP|^2 = \left\{-\frac{1}{2} - (-2)\right\}^2 + \left\{\frac{3}{2} - (-3)\right\}^2 = \frac{45}{2}$

5 (1)　$x^2 + y^2 - \frac{5}{3}y - 4 = 0$

(2)　$x^2 + y^2 - x - \frac{1}{3}y - \frac{10}{3} = 0$

[解説]

(1)　求める方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく。
点Aを通ることより　$4 - 2l + n = 0$
点Bを通ることより　$9 + 3m + n = 0$
点Cを通ることより　$4 + 2l + n = 0$
これを解くと，$l = 0$，$m = -\frac{5}{3}$，$n = -4$

(2)　求める方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく。
点Aを通ることより　$2 - l - m + n = 0$
点Bを通ることより　$5 + l + 2m + n = 0$
点Cを通ることより　$5 + 2l - m + n = 0$

これを解くと，$l=-1$，$m=-\frac{1}{3}$，$n=-\frac{10}{3}$

6 (1) $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$　(2) $\left(\frac{7}{2},\ 2\right)$　(3) $\left(-2,\ \frac{3}{4}\right)$

[解説]

(1) 求める外接円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく。

点Aを通ることより　$16-4l+n=0$ ……（i）

点Bを通ることより　$13-3l+2m+n=0$ ……（ii）

点Cを通ることより　$4-2m+n=0$ ……（iii）

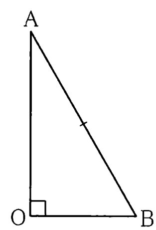
（i），（ii），（iii）から l，m，n を求めると，

$l=3$，$m=0$，$n=-4$

$$x^2+y^2+3x-4=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2-\frac{25}{4}=0$$

なので，この円の中心は $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$

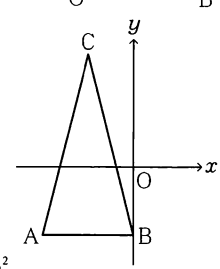
(2) (1)と同じように解いてもよいが，直角三角形の特殊性を用いると容易である。



直角三角形AOBの外心はABの中点にあるので，外心の座標は

$\left(\frac{0+7}{2},\ \frac{4+0}{2}\right)$

(3) (1)と同じように解いてもよいが，二等辺三角形の特殊性を用いると容易である。



与えられた三角形は，AC = BC となる二等辺三角形である。だから外心Pの座標は $(-2,\ a)$ とおくことができる。

$\overline{PA}^2=\overline{PC}^2$ より

$$\{-4-(-2)\}^2+(-3-a)^2$$
$$=\{-2-(-2)\}^2+(5-a)^2$$

これを解くと　$a=\frac{3}{4}$

◇練成問題B〔P 97〕

1 (1) $(x-2)^2+(y+3)^2=13$

(2) $(x+1)^2+(y-3)^2=40$

(3) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{8}$

[解説]

(1) $(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$ に $x=y=0$ を代入する。

(2) $(x+1)^2+(y-3)^2=r^2$ に $x=5$，$y=1$ を代入する。

(3) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=r^2$ に $x=\frac{1}{4}$，$y=\frac{3}{4}$ を代入する。

2 (1) $(x-4)^2+\left\{y-\left(2+2\sqrt{3}\right)\right\}^2=4^2$

$(x-4)^2+\left\{y-\left(2-2\sqrt{3}\right)\right\}^2=4^2$

(2) $\left\{x-\left(-1+2\sqrt{6}\right)\right\}^2+(y-1)^2=5^2$

$\left\{x-\left(-1-2\sqrt{6}\right)\right\}^2+(y-1)^2=5^2$

[解説] 求める円の中心の座標を $(a,\ b)$ とする。

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2=4^2$ が点Aを通ることより

$(6-a)^2+(2-b)^2=16$ ……（i）

点Bを通ることより

$(2-a)^2+(2-b)^2=16$ ……（ii）

（i），（ii）から a，b を求める。

（i）−（ii）より　$a=4$

ゆえに　$b=2\pm2\sqrt{3}$

(2) 求める円の方程式は $(x-a)^2+(y-b)^2=5^2$ とおける。

点Aを通ることより

$(-1-a)^2+(2-b)^2=25$ ……（i）

点Bを通ることより

$(-1-a)^2+(0-b)^2=25$ ……（ii）

（i）−（ii）より　$b=1$

ゆえに　$a=-1\pm2\sqrt{6}$

3 (1) $x^2+y^2=10$　(2) $x^2+(y-2)^2=5$

(3) $\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\left(y-\frac{9}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$

[解説]

(1) 中心の座標を $(a,\ 0)$ とすると，求める方程式は $(x-a)^2+y^2=r^2$ とおける。

点Aを通ることより　$(1-a)^2+3^2=r^2$

点Bを通ることより　$(3-a)^2+(-1)^2=r^2$

これから a，r^2 を求めると，$a=0$，$r^2=10$

(2) 中心の座標を $(0,\ b)$ とすると，求める方程式は $x^2+(y-b)^2=r^2$ とおける。

点Aを通ることより　$2^2+(3-b)^2=r^2$

点Bを通ることより　$(-1)^2+(0-b)^2=r^2$

これから b，r^2 を求めると，$b=2$，$r^2=5$

(3) 中心の座標を $(a,\ a)$ とすると，求める方程式は $(x-a)^2+(y-a)^2=r^2$ とおける。

点Aを通ることより　$(2-a)^2+(4-a)^2=r^2$

点Bを通ることより　$(7-a)^2+(4-a)^2=r^2$

これから a，r^2 を求めると，$a=\frac{9}{2}$，$r^2=\frac{13}{2}$

4 (1) $(x-3)^2+(y+3)^2=25$

(2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=9$

5 (1) x 軸の正方向に $-\frac{3}{2}$，y 軸の正方向に2平行移動；

$x^2+y^2=\frac{25}{4}$

(2) x 軸の正方向に $\frac{3}{2}$，y 軸の正方向に $\frac{1}{2}$ 平行移動；

$(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{11}{2}$

[解説]

(1) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y+2)^2-\frac{25}{4}=0$

(2) $x^2+y^2+x-y-5=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{11}{2}$
$=0$

よって与えられた円は中心が $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ である。

20　円と直線〔P 98～P 105〕

◇確認問題〔P 98～P 102〕

1 (1)　$\left(\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2},\ \dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}\right)$（複号同順）

(2)　$(\pm\sqrt{5},\ -2)$

［解説］

(1)　$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y=x+1 \end{cases}$ を連立させると，$x^2+x-4=0$

が得られ，これを解くと $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

このとき $y=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

(2)　$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y=-2 \end{cases}$ を連立させると，$x^2=5$となり，これを解くと $x=\pm\sqrt{5}$ になる。

2 (1)　$\left(-\dfrac{8\sqrt{5}}{5},\ \dfrac{4\sqrt{5}}{5}\right)$　　(2)　$\left(-\dfrac{3}{5}\sqrt{5},\ -\dfrac{6}{5}\sqrt{5}\right)$

［解説］

(1)　$\begin{cases} x^2+y^2=16 \\ y=2x+4\sqrt{5} \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2+16\sqrt{5}\,x+64=0,\quad (\sqrt{5}\,x+8)^2=0$

$x=-\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

$y=2\times\left(-\dfrac{8\sqrt{5}}{5}\right)+4\sqrt{5}$

(2)　$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x+2y+3\sqrt{5}=0 \end{cases}$ を連立させると，

$5y^2+12\sqrt{5}\,y+36=0,\quad (\sqrt{5}\,y+6)^2=0$

ゆえに $y=-\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

$x=-2\times\left(-\dfrac{6\sqrt{5}}{5}\right)-3\sqrt{5}$

3 (1)①　1個　　②　2個　　③　2個　　④　0個

(2)　2点で交わる：$-5\sqrt{5}<c<5\sqrt{5}$

接する：$c=\pm5\sqrt{5}$

［解説］

(1)①　$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ y=x+\sqrt{2} \end{cases}$ を連立させると，

$2x^2+2\sqrt{2}\,x+1=0$

$D=8-8=0$

②　$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=-2x+3 \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2-12x+5=0$

$D=144-100=44>0$

③　$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y=3x-1 \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2-3x-4=0$

$D=9+80=89>0$

④　$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y=\dfrac{1}{2}x-4 \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2-16x+28=0$

$D=256-560<0$

(2)　$\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=2x+c \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2+4cx+(c^2-25)=0$

$D=16c^2-20(c^2-25)>0$

ゆえに $c^2<125$

円と直線がちょうど接するためには $D=0$ となればよく，これは $c=\pm\sqrt{125}$ のときである。

4　$-2\sqrt{5}<c<2\sqrt{5}$

［解説］与えられた円の中心は$(0,\ 0)$，半径は2である。

点$(0,\ 0)$と直線 $x+2y+c=0$ との距離 d は，

$d=\dfrac{|0+2\times0+c|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{|c|}{\sqrt{5}}$

よって，異なる2点で交わるためには $\dfrac{|c|}{\sqrt{5}}<2$ となればよい。

5 (1)　$\dfrac{2\sqrt{95}}{5}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{1590}}{5}$　　(3)　$\dfrac{2\sqrt{4173}}{13}$

［解説］

円の中心と直線との距離を d とする。

(1)　$d=\dfrac{111}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ より $l=2\sqrt{2^2-\dfrac{1}{5}}$

(2)　$d=\dfrac{111}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ より $l=2\sqrt{4^2-\dfrac{1}{10}}$

(3)　$d=\dfrac{121}{\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ より $l=2\sqrt{5^2-\dfrac{4}{13}}$

6　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

［解説］

$x_1=-2,\ y_1=2\sqrt{3},\ r^2=16$

$(-2)\times x+(2\sqrt{3})\times y=16$

7　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

［解説］

OPの傾きは $\dfrac{2\sqrt{3}-0}{-2-0}=-\sqrt{3}$

求める直線は，Pを通る傾き $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ の直線である。

$y-2\sqrt{3}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

8　$y=\dfrac{-8\pm3\sqrt{11}}{5}(x-2)+4$

［解説］

Pを通る直線の方程式を $y-4=k(x-2)$ とおく。

これを円の方程式と連立させると，

$(k^2+1)x^2-4k(k-2)x+(4k^2-16k+7)=0$

Dを計算すると，

$D=16k^2(k-2)^2-4(k^2+1)(4k^2-16k+7)$

$\quad=20k^2+64k-28$

$D=0\iff 5k^2+16k-7=0$

$k=\dfrac{-16\pm\sqrt{256+140}}{10}=\dfrac{-8\pm3\sqrt{11}}{5}$

9 (1) $x^2+y^2-\frac{34}{7}x-\frac{17}{7}y+\frac{15}{7}=0$

(2) $x^2+y^2-x-y=0$

[解説]

(1) $x^2+y^2-10+k(x^2+y^2-4x-2y)=0$ に $x=\frac{5}{2}$, $y=\frac{7}{2}$ を代入すると $k=-\frac{17}{3}$

これより

$$x^2+y^2-10-\frac{17}{3}(x^2+y^2-4x-2y)=0$$

(2) $x^2+y^2-1+k(x^2+y^2-4x-4y+3)=0$ に $x=1$, $y=1$ を代入すると $k=\frac{1}{3}$

これより

$$x^2+y^2-1+\frac{1}{3}(x^2+y^2-4x-4y+3)=0$$

◇練成問題A〔P 103～P 104〕

1 (1) $\left(\pm\frac{5\sqrt{2}}{2},\ \pm\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ (複号同順)

(2) $(-3,\ 4)$, $(-3,\ -4)$

(3) $(-2\sqrt{5},\ \sqrt{5})$

(4) $(-5,\ 0)$, $(4,\ 3)$

[解説] いずれも，円と直線の方程式を連立させる。

(1) $2x^2=25$

(2) $y^2=16$

(3) $x^2+4\sqrt{5}\,x+20=0$

(4) $10y^2-30y=0$

2 (1) 0個　(2) 2個　(3) 2個　(4) 1個　(5) 2個

[解説]

いずれも，円の方程式と直線の方程式を連立させ，得られた2次方程式の D を求める。

(1) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=2x+5 \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2+20x+21=0$

$D=20^2-4\times5\times21=400-420<0$

(2) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=-4x-5 \end{cases}$ を連立させると，

$17x^2+40x+21=0$

$D=40^2-4\times17\times21=1600-1428>0$

(3) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x=\frac{3}{2}y+2 \end{cases}$ を連立させると，

$\frac{13}{4}y^2+6y=0$

$D=6^2-4\times\frac{13}{4}\times0=36>0$

(4) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=-2x+2\sqrt{5} \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2-8\sqrt{5}\,x+16=0$

$D=64\times5-4\times5\times16=0$

(5) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x=3y-4 \end{cases}$ を連立させると，

$5y^2-12y+6=0$

$D=12^2-4\times5\times6=24>0$

3 $-3\sqrt{5}<c<3\sqrt{5}$

[解説]

$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ y=2x+c \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2+4cx+(c^2-9)=0$

$D=16c^2-20(c^2-9)=180-4c^2$

$D>0$ となる c の範囲を求めればよい。

4 $c=\pm4\sqrt{5}$

[解説]

$\begin{cases} x^2+y^2=16 \\ y=-2x+c \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2-4cx+(c^2-16)=0$

$D=16c^2-20(c^2-16)=320-4c^2$

$D=0$ となる c を求めればよい。

5 $c<-4\sqrt{13}$, $4\sqrt{13}<c$

[解説]

$\begin{cases} x^2+y^2=16 \\ x=-\frac{3}{2}y-\frac{c}{2} \end{cases}$ を連立させると，

$13y^2+6cy+(c^2-64)=0$

$D=36c^2-52(c^2-64)$

$=16(208-c^2)$

$D<0$ となる c を求めればよい。

6 (1) $r>\frac{6\sqrt{5}}{5}$　(2) $r=\frac{6\sqrt{5}}{5}$, 接点：$\left(-\frac{6}{5},\ \frac{12}{5}\right)$

[解説]

$\begin{cases} x^2+y^2=r^2 \\ y=\frac{x}{2}+3 \end{cases}$ を連立させると，

$5x^2+12x+4(9-r^2)=0$ …… $(*)$

$D=144-80(9-r^2)=16(5r^2-36)$

(1) $D>0$ となる r の範囲を求めればよい。$r>0$ に注意する。

(2) $D=0$ となる r を求めればよい。$r^2=\frac{36}{5}$

このとき，方程式 $(*)$ は $25x^2+60x+36=0$ となる。

$(5x+6)^2=0$ より $x=-\frac{6}{5}$

7 (1) $d=\frac{7\sqrt{10}}{10}$, 異なる2点で交わる

(2) $d=\sqrt{2}$, 1点で接する

(3) $d=0$, 異なる2点で交わる

(4) $d=\frac{14}{5}$, 円と直線は交わっていない

[解説]

(1) $d=\frac{|3\times0+(-1)\times0+7|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{7}{\sqrt{10}}$

$d^2=\frac{49}{10}<6=r^2$

(2) $d=\frac{|1\times0-3\times0+2\sqrt{5}|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\sqrt{2}$

$d^2=2=r^2$

(3) $d=\dfrac{|2\times1+(-1)\times(-2)-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=0$

これはまさに直線が円の中心を通っていることを意味している。

(4) $d=\dfrac{|3\times(-1)+4\times3+5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{14}{5}>2=r$

8 (1) $\dfrac{2\sqrt{195}}{5}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{890}}{5}$

[解説]

円の中心と直線との距離を d とする。

(1) $d=\dfrac{|2\cdot0-0+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{\sqrt5}{5}$, $l=2\sqrt{8-\dfrac{1}{5}}$

(2) $d=\dfrac{|0-3\cdot0+1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$, $l=2\sqrt{9-\dfrac{1}{10}}$

9 (1) $3x+4y=-25$　　(2) $x-y=\sqrt2$

(3) $x+\sqrt5\,y=6$

10 (1) $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{5}{4}$　　(2) $y=\sqrt3\,x+2$

(3) $y=-\dfrac{\sqrt7}{7}x+\dfrac{5\sqrt7}{7}-1$

[解説]

(1) 直線OPの傾きは $\dfrac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\dfrac{4}{3}$ なので,

求める接線の傾きは $\dfrac{3}{4}$

点Pを通る，傾き $\dfrac{3}{4}$ の直線の方程式を求めればよい。

(2) 直線OPの傾きは $\dfrac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt3}{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt3}$ なので,

求める接線の傾きは $\sqrt3$

点Pを通る，傾き $\sqrt3$ の直線の方程式を求めればよい。

(3) 円の中心 $(1,\ -1)$ をAとする。

直線APの傾きは $\dfrac{\left(\frac{\sqrt7}{2}-1\right)-(-1)}{\frac{3}{2}-1}=\dfrac{\frac{\sqrt7}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt7$

なので, 求める接線の傾きは $\dfrac{-1}{\sqrt7}=-\dfrac{\sqrt7}{7}$

点Pを通る，傾き $-\dfrac{\sqrt7}{7}$ の直線の方程式を求めればよい。

11 (1) $y=\pm\dfrac{5\sqrt6}{12}x\mp\dfrac{35\sqrt6}{12}$ (複号同順)

(2) $y=\pm\dfrac{4}{3}x-5$

[解説]

(1) $(7,\ 0)$ を通る直線は $y=k(x-7)$ とおける。

$\begin{cases}x^2+y^2=25\\y=kx-7k\end{cases}$ を連立させると,

$(1+k^2)x^2-14k^2x+(49k^2-25)=0$

$\dfrac{D}{4}=49k^4-(1+k^2)(49k^2-25)$

$=-24k^2+25$

$\dfrac{D}{4}=0$ より $k^2=\dfrac{25}{24}$

(2) $(0,\ -5)$ を通る直線は $y=kx-5$ とおける。

$\begin{cases}x^2+y^2=9\\y=kx-5\end{cases}$ を連立させると,

$(1+k^2)x^2-10kx+16=0$

$\dfrac{D}{4}=25k^2-16(1+k^2)$

$\dfrac{D}{4}=0$ より $k^2=\dfrac{16}{9}$

12 (1) $x^2+y^2-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2}y-3=0$

(2) $x^2+y^2-2x+y-5=0$

[解説]

(1) $x^2+y^2-2y+k(x^2+y^2-2x-4)=0$ に $\left(\dfrac{5}{2},\ 1\right)$ を代入すると $k=3$

(2) $x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-4x+2y-6)=0$ に $(1,\ -3)$ を代入すると $k=1$

◇練成問題B〔P 105〕

1 (1) $(3,\ 0)$, $\left(-\dfrac{9}{5},\ \dfrac{12}{5}\right)$　　(2) $\dfrac{18}{5}$

[解説]

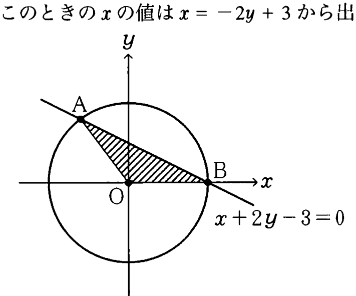
(1) $\begin{cases}x^2+y^2=9\\x=-2y+3\end{cases}$ を連立させると,

$5y^2-12y=0$

これを解くと, $y=\dfrac{12}{5}$, 0

このときの x の値は $x=-2y+3$ から出る。

(2)



図のようにA, B, Oをおくと,

△ABOの面積 = BO × Aの高さ × $\dfrac{1}{2}$

$=3\times\dfrac{12}{5}\times\dfrac{1}{2}$

2 $y=2x\pm3\sqrt5$

[解説]

$\begin{cases}x^2+y^2=9\\y=2x+c\end{cases}$ を連立させると,

$5x^2+4cx+(c^2-9)=0$

これが接することより

$\dfrac{D}{4}=4c^2-5(c^2-9)=-c^2+45=0$

3 $y=\dfrac{5}{12}x+\dfrac{13}{6}$, $x=2$

[解説]

$(2,\ 3)$ を通る直線は $y-3=k(x-2)$ または $x=2$ とお

ける。

$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=kx+(3-2k) \end{cases}$ を連立させると，

$$(1+k^2)x^2+2(3-2k)kx+(3-2k)^2-4=0$$

$$\frac{D}{4}=(3-2k)^2k^2-(1+k^2)\left\{(3-2k)^2-4\right\}$$

$$=-(3-2k)^2+4(1+k^2)=12k-5$$

$\dfrac{D}{4}=0$ より　$k=\dfrac{5}{12}$

これで接線が 1 本求まった。明らかに，直線 $x=2$ も接線なので，この 2 本が答になる。

4 (1)　$a=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$

(2)　$9-3\sqrt{5}<b<9+3\sqrt{5}$

［解説］

(1)　$\begin{cases} (x-a)^2+y^2=9 \\ y=2x+3 \end{cases}$ を連立させると，

$$5x^2+(12-2a)x+a^2=0$$

$$\frac{D}{4}=-4a^2-12a+36=0$$

$a^2+3a-9=0$ を解けばよい。

(2)　$\begin{cases} (x-3)^2+(y-b)^2=9 \\ y=2x+3 \end{cases}$ を連立させると，

$$5x^2+(6-4b)x+(3-b)^2=0$$

$$\frac{D}{4}=-b^2+18b-36$$

$b^2-18b+36<0$ となるような，b の範囲を求めればよい。

5　$l: y=1,\ C:\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left\{y-\left(1\pm\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)\right\}^2=4$

［解説］

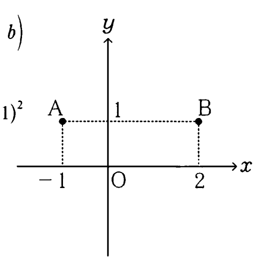
図より，円の中心Pは $\left(\dfrac{1}{2},\ b\right)$ とおける。

$$\overline{AP}^2=\left\{\frac{1}{2}-(-1)\right\}^2+(b-1)^2$$

$$=\frac{9}{4}+(b-1)^2=4$$

ゆえに　$(b-1)^2=\dfrac{7}{4}$

$$b=1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$



これで求める円の中心の座標が求まった。

6　$r=\dfrac{5}{2}\sqrt{2}$

［解説］

点Aを通る直線は $y-5=kx$ とおける。

$\begin{cases} x^2+y^2=r^2 \\ y=kx+5 \end{cases}$ を連立させると，

$$(k^2+1)x^2+10kx+(25-r^2)=0$$

$$\frac{D}{4}=25k^2-(k^2+1)(25-r^2)$$

$$=k^2r^2+r^2-25=0$$

ゆえに　$k=\pm\dfrac{\sqrt{25-r^2}}{r}$

仮定より，

$$\frac{\sqrt{25-r^2}}{r}\times\left(-\frac{\sqrt{25-r^2}}{r}\right)=-1$$

$\dfrac{25-r^2}{r^2}=1$ より　$2r^2=25$

7　$\dfrac{\sqrt{390}}{5}$

［解説］

$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=3x-1 \end{cases}$ を連立させると，

$$10x^2-6x-3=0$$

この2つの解は $x=\dfrac{3\pm\sqrt{39}}{10}$ である。つまり，2交点の x 座標の差は $\dfrac{\sqrt{39}}{5}$ である。

この2交点は直線 $y=3x-1$ の上にあるので，2交点の y 座標の差は $3\times\dfrac{\sqrt{39}}{5}$ である。

ゆえに　2交点の間の距離 $=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{39}}{5}\right)^2+\left(3\times\dfrac{\sqrt{39}}{5}\right)^2}$

$$=\frac{\sqrt{39}}{5}\times\sqrt{10}$$

8 (1)　$y=-2x\pm5\sqrt{5}$

(2)　$y=\dfrac{1}{2}x\pm\dfrac{5}{2}\sqrt{5}$

(3)　$x=-5,\ y=-5$

［解説］

(1)　傾き -2 の接線を求めればよい。

$\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=-2x+c \end{cases}$ を連立させると，

$$5x^2-4cx+(c^2-25)=0$$

$\dfrac{D}{4}=4c^2-5(c^2-25)=0$ より

$$c^2=125$$

(2)　傾き $\dfrac{1}{2}$ の接線を求めればよい。

$\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=\dfrac{1}{2}x+c \end{cases}$ を連立させると，

$$5x^2+4cx+4(c^2-25)=0$$

$\dfrac{D}{4}=4c^2-20(c^2-25)=0$ より

$$c^2=\frac{125}{4}$$

(3)　点 $(-5,\ -5)$ から円に接線を引けばよい。

$x=-5,\ y=-5$ が求める 2 接線になっていることは明らか。