中３土曜演習問題　７月１３日

【数　学】（50分）〈満点：100点〉

（注意）定規，コンパス等の作図道具および計算機の使用は禁止です。

1　次の問いに答えなさい。

問１　$a=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$b=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，$c=-2\sqrt{3}$ のとき，$a^2+b^2-c^2-2ab$ の値を求めなさい。

問２　ある40人のクラスでテストを行なったところ，男子の平均点は36点，女子の平均点は46点，クラス全体の平均点は40.75点でした。男子，女子の人数をそれぞれ求めなさい。

問３　$\sqrt{12}$ の小数部分を a，$3-\sqrt{3}$ の小数部分を b とするとき，$a+2b$ の値を求めなさい。

問４　Ｐ地点からＱ地点を通ってＲ地点へ行く道があります。Ｐ地点からＱ地点までの道のりは2.8km，Ｑ地点からＲ地点までの道のりは4.2kmです。Ａ君，Ｂ君はそれぞれ一定の速さで同時にＰからＲに向かったところ，Ａ君は１時間40分後に，Ｂ君は54分後に到着しました。このとき，Ｂ君がＱ地点を通過した何分何秒後にＡ君がＱ地点を通過するか答えなさい。

問５　下の図１のように，$y=\dfrac{a}{x}$（aは定数）のグラフ上に２点Ａ，Ｂがあります。点Ａの座標は(2，16)で，点Ｂの x 座標は -8 です。直線ABの方程式を求めなさい。

図１

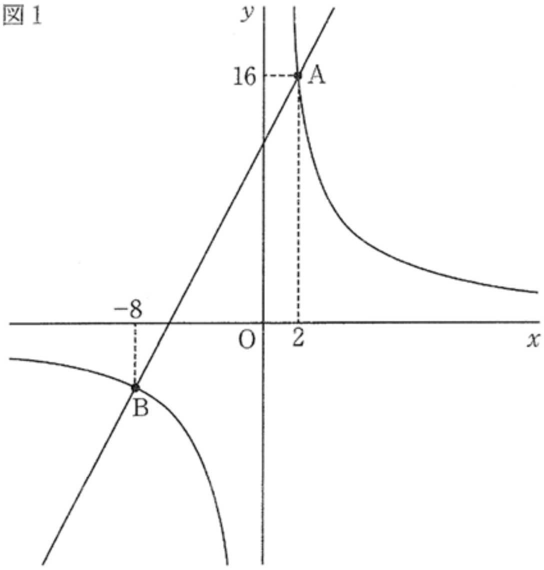
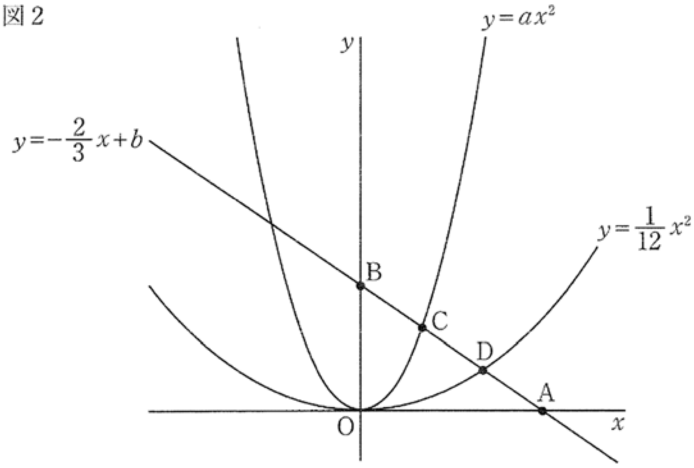


図２



問６　上の図２のように，２つの放物線 $y=ax^2$，$y=\dfrac{1}{12}x^2$ と直線 $y=-\dfrac{2}{3}x+b\,(b\neq 0)$ があります。直線が x 軸，y 軸と交わる点をそれぞれＡ，Ｂとし，２つの放物線と交わる点をそれぞれＣ，Ｄとします。BC＝CD＝DA のとき，定数 a，b の値を求めなさい。

問７　下の図３の円Ｏにおける x の値を求めなさい。ただし，OA∥BC とします。

図３

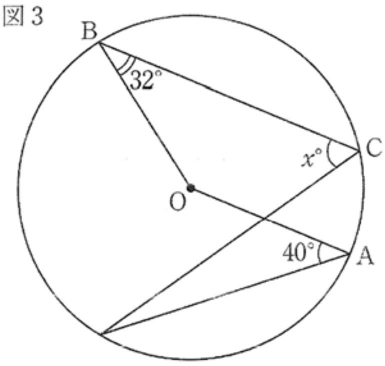
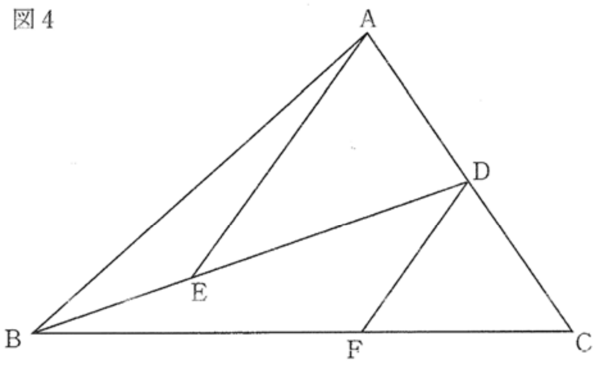
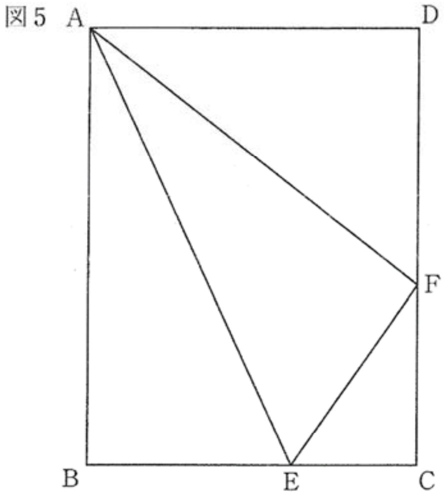


図４



問８　上の図４の△ABCにおいて，AD＝DC，AE∥DF です。BF：FC＝5：3のとき，BE：ED を最も簡単な整数の比で答えなさい。

問 9　下の図 5 の四角形ABCDは長方形であり，△ABE≡△AFEです。EC=2，FC=3のとき，△ADFの面積を求めなさい。

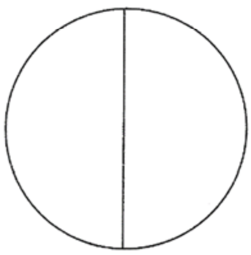


問10　下の図の中で，一筆書きができるものの組として正しいものを(1)～(5)の中から一つ選びなさい。

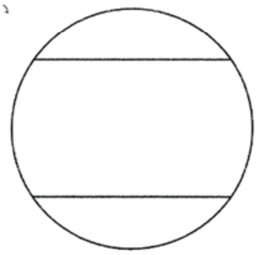
(1)　あ，い，う，き　　(2)　あ，う，か，き　　(3)　あ，え，お，き

(4)　あ，え，か，き　　(5)　い，お，か，き

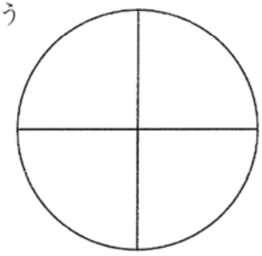
あ



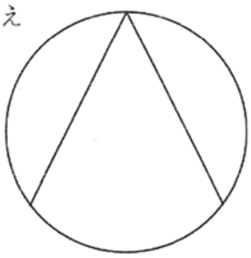
い



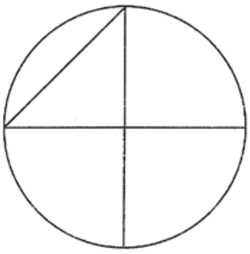
う



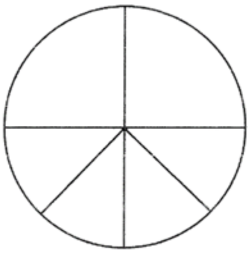
え



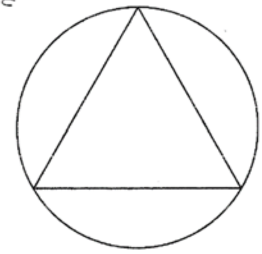
お



か



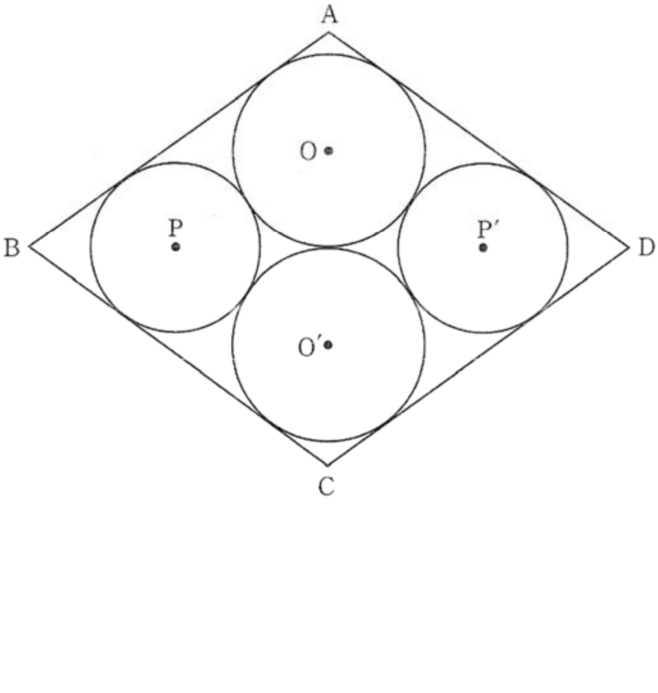
き



2　右の図の四角形ABCDは，対角線AC=6，BD=8のひし形です。半径Rの円O，O′と，半径rの円P，P′は図のように互いに接し，ひし形ABCDの各辺にも接しています。このとき，次の問いに答えなさい。

問 1　円O，O′の半径Rの値を求めなさい。

問 2　円P，P′の半径rの値を求めなさい。



中３　土曜演習問題　７月１３日

数学解答用紙

番号		氏名	

評点	／100

1

問 1	問 2		問 3	問 4	問 5
	男子　　人	女子　　人		分　　秒後	$y=$

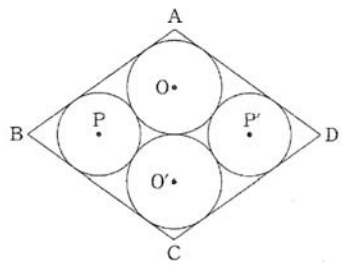
問 6	問 7	問 8	問 9	問 10
$a=$　　, $b=$	$x=$	BE : ED = 　　:		

2

（途中の計算，式を示せ。解答は答欄に記せ。）

（問１）の計算，式

答



（問２）の計算，式

答

（注）この解答用紙は編集上の都合により、実物を約65%に縮小してあります。
153%に拡大コピーすると、ほぼ実物大で使用することができます。

推定配点	1 各８点×10　2 各10点×２	計 100点

平成25年度／中央大学杉並高等学校

数学解答

1　問１　0
問２　男子…21人　女子…19人
問３　1　　問４　18分24秒後
問５　$y=2x+12$
問６　$a=\frac{2}{3}$，$b=4$　　問７　56°
問８　2：3　　問９　$\frac{17+4\sqrt{13}}{3}$
問10　(3)

2　問１　$\frac{4}{3}$　　問２　$\frac{9-3\sqrt{5}}{2}$

1〔独立小問集合題〕

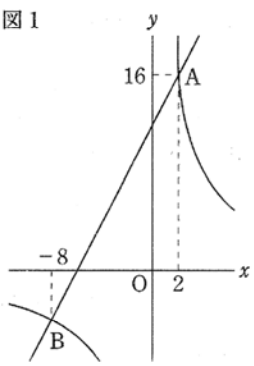
問１＜式の値＞与式$=(a^2-2ab+b^2)-c^2=(a-b)^2-c^2$　これに，$a=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$b=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，$c=-2\sqrt{3}$を代入すると，与式$=\{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})\}^2-(-2\sqrt{3})^2=(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2=(2\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2=0$となる。

問２＜連立方程式の応用―平均＞男子をx人，女子をy人とすると，クラスの人数は合計40人なので，$x+y=40$……①となる。また，男子x人の平均点が36点より，男子の得点の合計は$36x$点，女子y人の平均点が46点より，女子の得点の合計は$46y$点と表され，クラス全体の得点の合計について，$36x+46y=40.75\times40$……②が成り立つ。①，②を連立方程式として解くと，$x=21$，$y=19$となる。よって，男子は21人，女子は19人である。

問３＜式の値―平方根の計算＞$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$より，$3<\sqrt{12}<4$だから，$\sqrt{12}$の整数部分は3である。よって，$a=\sqrt{12}-3=2\sqrt{3}-3$と表せる。また，$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$より，$1<\sqrt{3}<2$となるので，$3-\sqrt{3}$の整数部分は1である。よって，$b=(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$と表せるから，$a+2b=2\sqrt{3}-3+2(2-\sqrt{3})=1$である。

問４＜数の計算―速さ＞P地点からQ地点を通ってR地点へ行く道のりは，$2.8+4.2=7$(km)より，7000mである。A君は7000mを1時間40分，つまり100分で進んだから，速さは$7000\div100=70$より，分速70mである。よって，A君がQ地点を通過したのは，$2800\div70=40$より，出発してから40分後である。また，B君は7000mを54分で進んだので，$7000\div54=\frac{3500}{27}$より，速さは分速$\frac{3500}{27}$mである。よって，B君がQ地点を通過したのは，$2800\div\frac{3500}{27}=\frac{108}{5}$より，出発してから$\frac{108}{5}$分後である。したがって，$40-\frac{108}{5}=\frac{92}{5}=18\frac{2}{5}$(分)で，$\frac{2}{5}$分は$60\times\frac{2}{5}=24$(秒)なので，A君がQ地点を通過するのは，B君が通過した18分24秒後である。

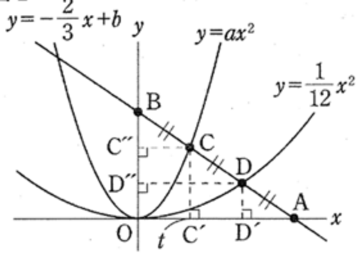
問５＜関数―直線の式＞右図１で，A(2，16)は関数$y=\frac{a}{x}$のグラフ上にあるので，$16=\frac{a}{2}$より，$a=32$となる。よって，点Bは関数$y=\frac{32}{x}$のグラフ上にあり，x座標は-8なので，$y=\frac{32}{-8}=-4$より，B(-8，-4)である。２点A，Bの座標から，直線ABの傾きは$\frac{16-(-4)}{2-(-8)}=2$となるから，この直線の式は$y=2x+b$とおける。これがA(2，16)を通るから，$16=2\times2+b$より，$b=12$となる。したがって，直線ABの式は$y=2x+12$である。

図１


問６＜関数―関数$y=ax^2$と直線＞次ページの図２のように，２点C，Dからx軸とy軸に，それぞれ垂線CC′，CC″，垂線DD′，DD″を引くと，BC＝CD＝DAより，OC′＝C′D′＝D′A，BC″＝C″D″＝D″Oとなる。点Cのx座標をtとすると，３点C′，D′，Aのx座標は，それ

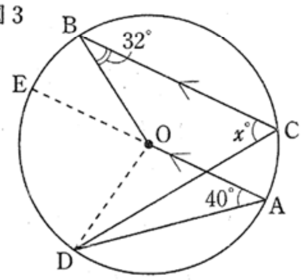
ぞれ t, $2t$, $3t$ と表される。直線の傾きが $-\frac{2}{3}$ であることから，OA：OB＝3：2だから，$\mathrm{OB}=\frac{2}{3}\mathrm{OA}=\frac{2}{3}\times 3t=2t$ となる。これより，点Bの y 座標は $2t$ であり，点D″の y 座標は $2t\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}t$ と表せるので，$\mathrm{D}\left(2t,\ \frac{2}{3}t\right)$ となる。よって，点Dは放物線 $y=\frac{1}{12}x^2$ 上にあるから，$\frac{2}{3}t=\frac{1}{12}\times(2t)^2$ が成り立ち，$t^2-2t=0$ より，$t(t-2)=0$, $t=0$, 2となる。したがって，$t=2$ となり，点Cの x 座標は $t=2$ であり，$\mathrm{OB}=2t=2\times2=4$ となるから，$\mathrm{C''O}=\frac{2}{3}\mathrm{OB}=\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}$ より，$\mathrm{C}\left(2,\ \frac{8}{3}\right)$ となる。点Cは放物線 $y=ax^2$ 上の点だから，$\frac{8}{3}=a\times2^2$, $a=\frac{2}{3}$ である。また，OB＝4より，$b=4$ である。

図2



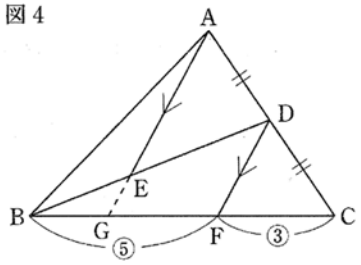
問7＜図形―角度＞右図3のように，点Dを定め，半径OAの延長と円の交点をEとする。∠BCD, ∠BODはそれぞれ $\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ に対する円周角と中心角だから，$\angle x=\frac{1}{2}\angle\mathrm{BOD}$ である。また，$\overset{\frown}{\mathrm{ED}}$ に対する中心角だから，∠DOE＝2∠DAE＝2×40°＝80°であり，EA∥BCより，錯角が等しいので，∠BOE＝∠OBC＝32°である。よって，∠BOD＝∠DOE＋∠BOE＝80°＋32°＝112°だから，$\angle x=\frac{1}{2}\times112^\circ=56^\circ$ となる。

図3



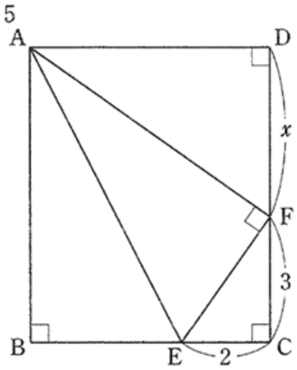
問8＜図形―長さの比＞右図4のように，線分AEを延長し，辺BCとの交点をGとする。平行線と比の定理より，GF：FC＝AD：DC＝1：1となるから，FC＝GFである。よって，BF：FC＝5：3より，BF：GF＝5：3だから，BE：ED＝BG：GF＝(5－3)：3＝2：3となる。

図4



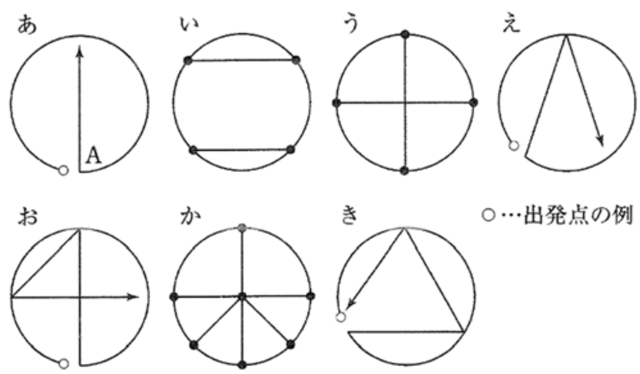
問9＜図形―面積＞右下図5の△CEFで，三平方の定理より，$\mathrm{EF}=\sqrt{\mathrm{EC}^2+\mathrm{FC}^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ となり，△ABE≡△AFEより，EB＝EF＝$\sqrt{13}$ である。よって，AD＝BC＝$2+\sqrt{13}$ となる。△DAFと△CFEで，∠D＝∠C＝90°である。また，∠DAF＝180°－∠D－∠AFD＝180°－90°－∠AFD＝90°－∠AFD, ∠CFE＝180°－∠AFE－∠AFD＝180°－90°－∠AFD＝90°－∠AFDより，∠DAF＝∠CFEだから，2組の角がそれぞれ等しくなり，△DAF∽△CFEである。よって，DF：CE＝AD：FCが成り立つから，DF＝x とすると，$x:2=(2+\sqrt{13}):3$ より，$3x=2(2+\sqrt{13})$, $x=\frac{2(2+\sqrt{13})}{3}$ となる。したがって，$\triangle\mathrm{ADF}=\frac{1}{2}\times\mathrm{DF}\times\mathrm{AD}=\frac{1}{2}\times\frac{2(2+\sqrt{13})}{3}\times(2+\sqrt{13})=\frac{(2+\sqrt{13})^2}{3}=\frac{17+4\sqrt{13}}{3}$ である。

図5



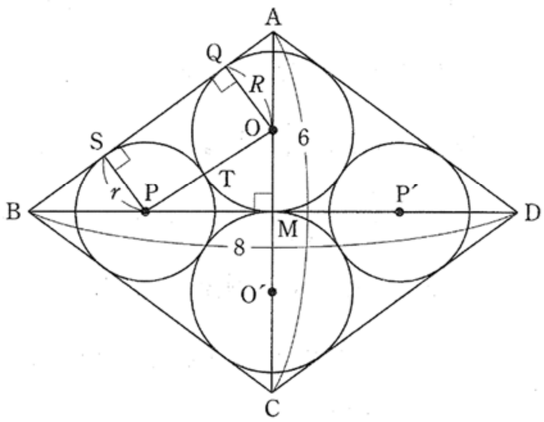
問10＜新傾向問題―一筆書き＞右図6のように，あ～きのうち，一筆書きができるのは，あ，え，お，きである。なお，一筆書きができるのは，あのA点のように，集まる線の本数が奇数である点が2つの場合（あ，え，お）と，集まる線の本数が全て偶数の点である場合（き）である。

図6



2〔平面図形—ひし形，円〕

≪基本方針の決定≫問１　ひし形の対角線は直角に交わる。



問１＜長さ—相似—三平方の定理＞右図のように，ひし形の対角線AC，BDを引き，その交点をMとすると，図形の対称性から，２円O，O′は点Mで接する。ひし形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるので，$\angle AMB=90°$，$MA=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times6=3$，$MB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times8=4$となる。△AMBで三平方の定理より，$AB=\sqrt{MA^2+MB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$である。次に，円Oが辺ABと接する点をQとして，半径QOを引く。$\angle AMB=\angle AQO=90°$，$\angle MAB=\angle QAO$より，２組の角がそれぞれ等しいので，$\triangle AMB\backsim\triangle AQO$となる。よって，$MB:QO=AB:AO$より，$4:R=5:AO$，$4AO=5R$，$AO=\frac{5}{4}R$と表せる。したがって，$AO+MO=AM$だから，$\frac{5}{4}R+R=3$が成り立ち，$R=\frac{4}{3}$となる。

問２＜長さ—相似—三平方の定理＞右上図のように，円Pが辺ABと接する点をSとする。また，２円O，Pの中心どうしを結ぶ線分OPを引き，２円の接点をTとする。△OMPで三平方の定理より，$MO^2+MP^2=OP^2$が成り立つ。$\triangle AMB\backsim\triangle PSB$となるから，$MA:SP=AB:PB$より，$3:r=5:PB$，$3PB=5r$，$PB=\frac{5}{3}r$と表せる。(1)より，$TO=\frac{4}{3}$だから，$OP=TO+TP=\frac{4}{3}+r$である。さらに，$MP=MB-PB=4-\frac{5}{3}r$である。よって，$\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(4-\frac{5}{3}r\right)^2=\left(\frac{4}{3}+r\right)^2$となる。これを整理すると，$r^2-9r+9=0$となるから，解の公式より，$r=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times1\times9}}{2\times1}=\frac{9\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{9\pm3\sqrt{5}}{2}$となる。したがって，$r<3$より，$r=\frac{9-3\sqrt{5}}{2}$である。