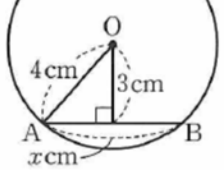
20240622　中３土曜演習　　　　　　　　　　　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

基本から実戦まで幅広く入っています。基礎のものを見極めてしっかり正答させながら、難易度の高い問題についても、易しい小問だけでも取るなど、実戦の入試を意識して取り組みましょう。

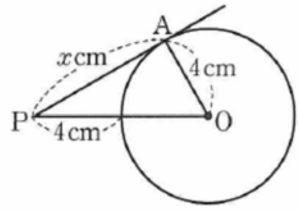
テーマ１　円と三平方

2　次の図で，x の値を求めよ。ただし，点Oは円の中心で，(2)，(3)でPAは円Oの接線である。

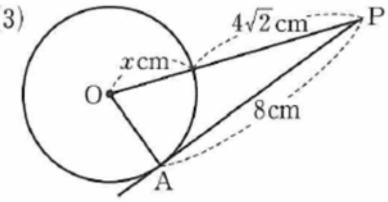
□(1)



□(2)

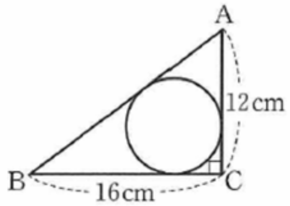


□(3)

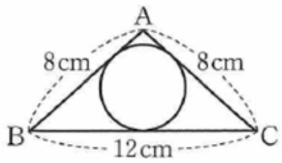


3　次の図で，△ABCの内接円の半径を求めよ。

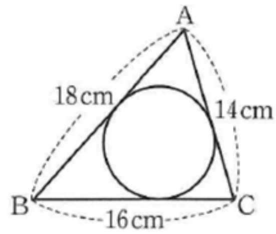
□(1)



□(2)



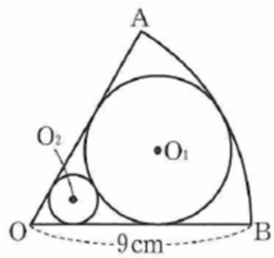
□(3)



4　半径が 9 cm，中心角が60°のおうぎ形OABがある。右の図のように，線分OA，OBおよび$\overset{\frown}{AB}$に接するように円O_1を，線分OA，OBおよび円O_1に接するように円O_2をかくとき，次の問いに答えよ。

□(1)　円O_1の半径を求めよ。

□(2)　円O_2の半径を求めよ。

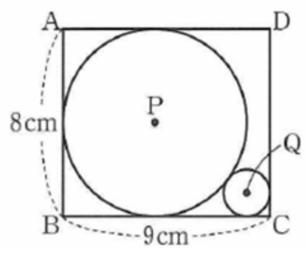


5　次の問いに答えよ。

□(1)　放物線 C：$y=x^2$ がある。Cと直線 $y=x$ との原点O以外の交点をP，Cと直線 $y=x+6$ との交点をx座標が小さい方から順にQ，Rとする。四角形OPRQの面積を求めよ。

□(2)　AB＝AC＝5 cm，BC＝6 cm である△ABCの外接円の半径を求めよ。

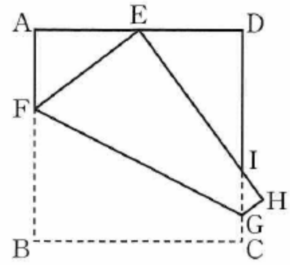
6　右の図のように，AB＝8 cm，BC＝9 cm の長方形ABCDの３辺に
□接する円Pがある。また，円Pと長方形ABCDの２辺に接する円Qがある。円Qの半径を求めよ。



（計算用紙）

テーマ２　折り返し

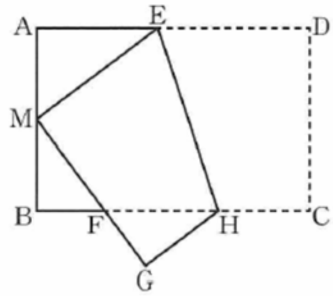
5 右の図は，１辺が24cmの正方形ABCDの紙を頂点Bが辺ADの中点Eに重なるように折ったものである。このときの折り目をFG，頂点Cが移った点をH，CDとEHの交点をIとするとき，次の線分の長さをそれぞれ求めよ。



□(1)　線分AF　　□(2)　線分EI　　★ □(3)　線分FG

4 右の図はAB＝2cm，AD＝3cmの長方形の紙を，頂点Dが辺ABの中点Mに重なるように折ったものである。

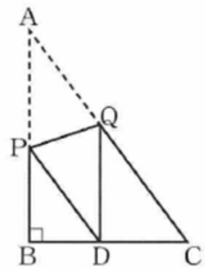
このとき，次の問いに答えよ。〔法政大高〕



□(1)　EMの長さを求めよ。

□(2)　△FGHの面積と長方形ABCDの面積の比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

2 図のように，AB＝4cm，BC＝3cm，∠B＝90°である△ABCを線分PQで折り曲げて，頂点Aが辺BC上の点Dに重なるようにしたところ，AB∥QDとなった。〔青山学院高〕



□(1)　線分APの長さを求めよ。　□(2)　△PDQの面積を求めよ。

□(3)　線分PQの長さを求めよ。

（計算用紙）

解答・解説

テーマ1　円と三平方

2　(1)$x=2\sqrt{7}$　(2)$x=4\sqrt{3}$　(3)$x=2\sqrt{2}$

3　(1)4 cm　(2)$\dfrac{6\sqrt{7}}{7}$cm　(3)$2\sqrt{5}$ cm

4　(1)3 cm　(2)1 cm

5　(1)18　(2)$\dfrac{25}{8}$cm

6　1 cm

2　(3)△OAPで，$x^2+8^2=(x+4\sqrt{2})^2$，$x=2\sqrt{2}$

3　(3)点AからBCに垂線AHをひき，BH$=x$cmとすると，線分AHについて，

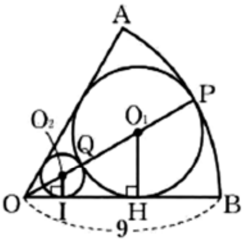
$18^2-x^2=14^2-(16-x)^2$

$x=12$だから，AH$=\sqrt{18^2-12^2}=6\sqrt{5}$ (cm)

内接円の半径をr cmとすると，

$\dfrac{1}{2}\times16\times6\sqrt{5}=\dfrac{1}{2}\times(16+14+18)\times r$，$r=2\sqrt{5}$

4　(1)右の図で，



$O_1P=O_1H=R$ cmとすると，

$\angle O_1OH=30°$より，

$OO_1=2R$ cmだから，

$OP=2R+R=3R$ (cm)

$OP=OB=9$ cmだから，

$3R=9$より，$R=3$

(2)右上の図で，$O_2Q=O_2I=r$ cmとすると，

$OO_2=2r$ cmだから，$OQ=2r+r=3r$ (cm)

また，(1)より，

$OQ=OO_1-QO_1=2R-R=R$ (cm)だから，

$3r=R$，$3r=3$，$r=1$

5　(1)P(1，1)より，OP$=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

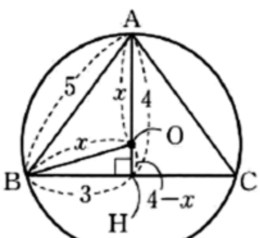
Q(−2，4)，R(3，9)より，

QR$=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(9-4)^2}=5\sqrt{2}$

原点Oを通り，直線$y=x+6$と垂直な直線は$y=-x$であり，交点をHとすると，H(−3，3)なので，OH$=\sqrt{(-3)^2+3^2}=3\sqrt{2}$

求める面積は，$\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{2}+5\sqrt{2})\times3\sqrt{2}=18$

(2)右の図で，



AH$=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)

外接円の中心をO，

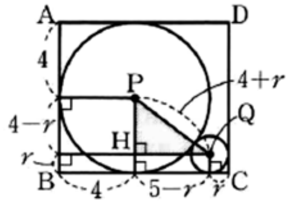
半径をx cmとすると，

OB$=x$ cm，

OH$=4-x$ (cm)

△OBHで，$3^2+(4-x)^2=x^2$，$x=\dfrac{25}{8}$

6　右の図のように補助線をひき，円Qの半径をr cmとすると，円Pの半径は，$8\div2=4$ (cm)だから，



PQ$=4+r$ (cm)，PH$=4-r$ (cm)，

QH$=9-4-r=5-r$ (cm)

△PQHで，$(4-r)^2+(5-r)^2=(4+r)^2$より，

$r^2-26r+25=0$，$r=1$，25

$0<r<4$より，$r=1$

テーマ２　折り返し

5	(1) 9 cm　(2) 20 cm　(3) $12\sqrt{5}$ cm
4	(1) $\frac{5}{3}$ cm　(2) 1：16
2	(1) $\frac{20}{9}$ cm　(2) $\frac{40}{27}$ cm^2　(3) $\frac{4\sqrt{10}}{9}$ cm

5 (1) AF＝x cm とおくと，EF＝BF＝$24-x$ (cm)
△EAFで，$x^2+12^2=(24-x)^2$，$x=9$
(2) △EAF∽△IDE より，FE：EI＝AF：DE，
$(24-9)$：EI＝9：12，EI＝20 cm
(3) IH＝EH－EI＝24－20＝4 (cm)
△IHG∽△EAF より，HG：AF＝IH：EA，
HG：9＝4：12，HG＝3 cm
点GからEFに垂線GJをひくと，GJ＝24 cm であり，FE＝24－9＝15 (cm)，
JE＝GH＝3 cm より，FJ＝15－3＝12 (cm)
よって，FG＝$\sqrt{24^2+12^2}=12\sqrt{5}$ (cm)

4 (1) EM＝ED＝x cm とすると，AE＝$3-x$ (cm) で，
AM＝1 cm だから，△MAEで，
$(3-x)^2+1^2=x^2$，$x=\frac{5}{3}$
(2) ∠MAE＝∠FBM＝∠FGH＝90°，
∠AME＝∠BFM＝∠GFH より，
△MAE∽△FBM∽△FGH である。
(1)より，△MAEで，
EA：AM：EM＝$\left(3-\frac{5}{3}\right):1:\frac{5}{3}=4:3:5$
△FBMで，BM＝1 cm より，FB＝$\frac{3}{4}$ cm，
MF＝$\frac{5}{4}$ cm　FG＝MG－MF＝$2-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}$ (cm)
より，FB＝FG　よって，△FBM≡△FGH
より，GH＝BM＝1 cm
したがって，△FGH：長方形ABCD
$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times1\right):(2\times3)=1:16$

2 (1) 仮定から，AP＝DP，∠PAQ＝∠PDQ
AB∥QD より，∠PAQ＝∠DQC
よって，∠PDQ＝∠DQC より，PD∥QC になるから，四角形APDQはひし形である。
AP＝x cm とおくと，DP＝x cm，PB＝$4-x$ (cm) と表せ，△ABC∽△PBD，
AC＝$\sqrt{4^2+3^2}=5$ (cm) より，
AB：PB＝AC：PD，$4:(4-x)=5:x$，$x=\frac{20}{9}$
(2) (1)より，PB＝$4-\frac{20}{9}=\frac{16}{9}$ (cm)
△ABC∽△PBD より，AB：PB＝BC：BD，
$4:\frac{16}{9}=3$：BD，BD＝$\frac{4}{3}$ cm
△PDQ＝$\frac{1}{2}$▱APDQ
$=\frac{1}{2}\times\text{AP}\times\text{BD}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{20}{9}\times\frac{4}{3}=\frac{40}{27}$ (cm^2)
(3) 点PからQDに垂線PHをひくと，
四角形PBDHは長方形になるから，
PH＝BD＝$\frac{4}{3}$ cm，HD＝PB＝$\frac{16}{9}$ cm
▱APDQはひし形で，QD＝AP＝$\frac{20}{9}$ cm だから，
QH＝QD－HD＝$\frac{20}{9}-\frac{16}{9}=\frac{4}{9}$ (cm)
よって，△PHQで，
PQ＝$\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{9}\right)^2}=\frac{4\sqrt{10}}{9}$ (cm)