平成30年度（2018年度）日本留学試験

数　学（８０分）

【コース１(基本, Basic)・コース２(上級, Advanced)】

※　どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。

Ⅰ　試験全体に関する注意

1．係員の許可なしに，部屋の外に出ることはできません。
2．この問題冊子を持ち帰ることはできません。

Ⅱ　問題冊子に関する注意

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見ないでください。
2．試験開始の合図があったら，下の欄に，受験番号と名前を，受験票と同じように記入してください。
3．コース１は１～14ページ，コース２は15～27ページにあります。
4．足りないページがあったら，手をあげて知らせてください。
5．メモや計算などを書く場合は，問題冊子に書いてください。

Ⅲ　解答方法に関する注意

1．解答は，解答用紙に鉛筆（ＨＢ）で記入してください。
2．問題文中の**A**，**B**，**C**，… には，それぞれ－（マイナスの符号），または，０から９までの数が一つずつ入ります。あてはまるものを選び，解答用紙（マークシート）の対応する解答欄にマークしてください。
3．同一の問題文中に $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{BC}}$ などが繰り返し現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{BC}}$ のように表しています。

解答に関する記入上の注意

(1)　根号（$\sqrt{\ }$）の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
（例：$\sqrt{32}$ のときは，$2\sqrt{8}$ ではなく $4\sqrt{2}$ と答えます。）

(2)　分数を答えるときは，符号は分子につけ，既約分数(reduced fraction)にして答えてください。
（例：$\frac{2}{6}$ は $\frac{1}{3}$，$-\frac{2}{\sqrt{6}}$ は $\frac{-2\sqrt{6}}{6}$ と分母を有理化してから約分し，$\frac{-\sqrt{6}}{3}$ と答えます。）

(3)　$\dfrac{\boxed{\text{A}}\sqrt{\boxed{\text{B}}}}{\boxed{\text{C}}}$ に $\dfrac{-\sqrt{3}}{4}$ と答える場合は，下のようにマークしてください。

(4)　$\boxed{\text{DE}}\,x$ に $-x$ と答える場合は，**D**を－，**E**を１とし，下のようにマークしてください。

【解答用紙】

A	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
B	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
C	⊖	⓪	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
D	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
E	⊖	⓪	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

4．解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

※　試験開始の合図があったら，必ず受験番号と名前を記入してください。

受験番号			＊					＊						
名　　前														

数学 コース 1
（基本コース）

（コース2は 15 ページからです）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを 一つだけ 選んで解答してください。「コース1」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース1」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
●	○

選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

I

問 1　2 次関数

$$f(x) = x^2 - 2(a+1)x + 2a^2$$

の $0 \leqq x \leqq 2$ における最大値 M と最小値 m について考える。ただし，a は $0 \leqq a \leqq 3$ を満たす定数とする。

(1)　$y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は

$$\left(a + \boxed{\mathbf{A}},\ a^2 - \boxed{\mathbf{B}}\,a - \boxed{\mathbf{C}}\right)$$

である。

(2)　次の文中の $\boxed{\mathbf{D}}$ ～ $\boxed{\mathbf{H}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

最大値 M，最小値 m を軸の位置に応じて求めると

$0 \leqq a < \boxed{\mathbf{D}}$ のとき

$$M = \boxed{\mathbf{E}},\quad m = \boxed{\mathbf{F}}$$

$\boxed{\mathrm{D}} \leqq a \leqq 3$ のとき

$$M = \boxed{\mathbf{G}},\quad m = \boxed{\mathbf{H}}$$

である。

⓪　0　　①　1　　②　2　　③　3

④　$a^2 - 2a$　　⑤　$a^2 - 2a - 1$　　⑥　$2a^2$

⑦　$2a^2 - 2a - 1$　　⑧　$2a^2 - 4a$　　⑨　$2a^2 - 6a + 3$

(3)　m が最大となるのは $a = \boxed{\mathbf{I}}$ のときであり，このときの m の値は $\boxed{\mathbf{J}}$ である。また，m が最小となるのは $a = \boxed{\mathbf{K}}$ のときであり，このときの m の値は $\boxed{\mathbf{LM}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

問 2　1 個のさいころを 3 回投げて，1 回目，2 回目，3 回目に出る目の数をそれぞれ a, b, c とする。この a, b, c を用いて，2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。

(1)　$b = 4$ かつ 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{N}}}{\boxed{\mathsf{OPQ}}}$ である。

(2)　$f(10) > 453$ となる確率を求めよう。

$f(10) > 453$ となる (a, b, c) の場合の数を求めると，次のようになる。

$a = 4$ かつ $b = 5$ のとき，$\boxed{\mathsf{R}}$ 通り

$a = 4$ かつ $b = 6$ のとき，$\boxed{\mathsf{S}}$ 通り

$a = 5$ のとき，$\boxed{\mathsf{TU}}$ 通り

$a = 6$ のとき，$\boxed{\mathsf{VW}}$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{\boxed{\mathsf{X}}}{\boxed{\mathsf{Y}}}$ である。

注）さいころ：dice

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\mathrm{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\mathrm{I}}$ の解答欄 $\boxed{\mathbf{Z}}$ はマークしないでください。

II

問 1　$x = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$，$y = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ とする。

(1)　$x = \boxed{\mathsf{A}} + \sqrt{\boxed{\mathsf{B}}}$，$y = \boxed{\mathsf{C}} - \sqrt{\boxed{\mathsf{D}}}$ である。したがって

$$x + y = \boxed{\mathsf{E}}, \quad xy = \boxed{\mathsf{F}}, \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \boxed{\mathsf{GH}}$$

である。

　また

$$5(x^2 - 4x) + 3(y^2 - 4y + 1) = \boxed{\mathsf{IJ}}$$

となる。

(2)　$\dfrac{m}{x} + \dfrac{n}{y} = 4 + 4\sqrt{3}$ となる整数 m, n の値は

$$m = \boxed{\mathsf{KL}}, \quad n = \boxed{\mathsf{M}}$$

である。

- 計算欄 (memo) -

問 2　3 つの 2 次関数

$$f(x) = -x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = -x^2 + 4x, \quad h(x) = 2x^2 + ax + b$$

を考える。

(1)　2 次方程式 $h(x) - f(x) = 0$ の判別式を D_1，$h(x) - g(x) = 0$ の判別式を D_2 とすると

$$D_1 = \boxed{\mathbf{N}}, \quad D_2 = \boxed{\mathbf{O}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{N}}$，$\boxed{\text{O}}$ には，次の選択肢 ⓪ ～ ⑤ の中から適するものを選びなさい。

⓪ $a^2 + 4a - 3b + 7$　　① $a^2 - 8a - 12b + 16$　　② $a^2 + 4a - 12b + 16$

③ $a^2 + 8a + 12b + 16$　　④ $a^2 - 4a + 12b + 16$　　⑤ $a^2 - 8a - 3b + 7$

(2)　2 つの方程式 $f(x) = h(x)$，$g(x) = h(x)$ の両方がただ 1 つの解をもつような a, b は

$$a = \boxed{\mathbf{P}}, \quad b = \frac{\boxed{\mathbf{Q}}}{\boxed{\mathbf{R}}}$$

である。また，そのときの $f(x) = h(x)$ の解は $x = -\dfrac{\boxed{\mathbf{S}}}{\boxed{\mathbf{T}}}$ であり，$g(x) = h(x)$ の解は $x = \dfrac{\boxed{\mathbf{U}}}{\boxed{\mathbf{V}}}$ である。

(3)　$b = 3$ とする。このとき，すべての x に対して，$f(x) < h(x)$ かつ $g(x) < h(x)$ が成り立つような a の値の範囲は $\boxed{\mathbf{W}}$ である。ただし，$\boxed{\text{W}}$ には，次の 選択肢 ⓪ ～ ⑤ の中から適するものを選びなさい。

⓪ $-2 - 2\sqrt{6} < a < 10$　　① $a < -2 - 2\sqrt{6}$，$10 < a$

② $a < -1 - \sqrt{6}$，$10 < a$　　③ $-2 < a < -1 + \sqrt{6}$

④ $-2 < a < -2 + 2\sqrt{6}$　　⑤ $-1 - \sqrt{6} < a < 10$

注）判別式：discriminant

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{II}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{X}}$ ～ $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

III

次の問いに答えなさい。

(1)　1400 を素因数分解すると

$$1400 = \boxed{\mathrm{A}}^{\boxed{\mathrm{B}}} \times \boxed{\mathrm{C}}^{\boxed{\mathrm{D}}} \times \boxed{\mathrm{E}}$$

である。ただし，$\boxed{\mathrm{A}} < \boxed{\mathrm{C}}$ となるように答えなさい。

(2)　1400 の約数の個数は $\boxed{\mathrm{FG}}$ である。

(3)　a, b は 1400 の約数で，$1 < a < b$ とする。このとき，a と b が互いに素であって，$ab = 1400$ となるような a, b の組 (a, b) は $\boxed{\mathrm{H}}$ 組ある。その中で，$b - a$ が最も大きくなるような a, b は

$$a = \boxed{\mathrm{I}}, \quad b = \boxed{\mathrm{JKL}}$$

である。

(4)　$a = \boxed{\mathrm{I}}$，$b = \boxed{\mathrm{JKL}}$ のとき方程式

$$bx - ay = 1 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

を考える。① を変形して

$$y = \boxed{\mathrm{MN}}\,x + \frac{\boxed{\mathrm{O}}\,x - \boxed{\mathrm{P}}}{\boxed{\mathrm{Q}}}$$

を得る。したがって，方程式 ① を満たす正の整数 x, y の組の中で x が最小のものは

$$x = \boxed{\mathrm{R}}, \quad y = \boxed{\mathrm{ST}}$$

である。

注）素因数分解：factorization into prime number，約数：divisor，
互いに素：relatively prime

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{III}}$ の解答欄 $\boxed{\textbf{U}}$ ～ $\boxed{\textbf{Z}}$ はマークしないでください。

IV

1 辺の長さが $\sqrt{2}$ であるひし形 ABCD において，$\angle\mathrm{ABC} = 30^\circ$ とする。

(1)　$\mathrm{AC}^2 = \boxed{\mathbf{A}} - \boxed{\mathbf{B}}\sqrt{\boxed{\mathbf{C}}}$，$\mathrm{BD}^2 = \boxed{\mathbf{D}} + \boxed{\mathbf{E}}\sqrt{\boxed{\mathbf{F}}}$ である。

一般に，正数 a, b に対して

$$\left(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}\,\right)^2 = a + b \pm 2\sqrt{ab} \quad (\text{複号同順})$$

が成り立つ。この結果を用いると

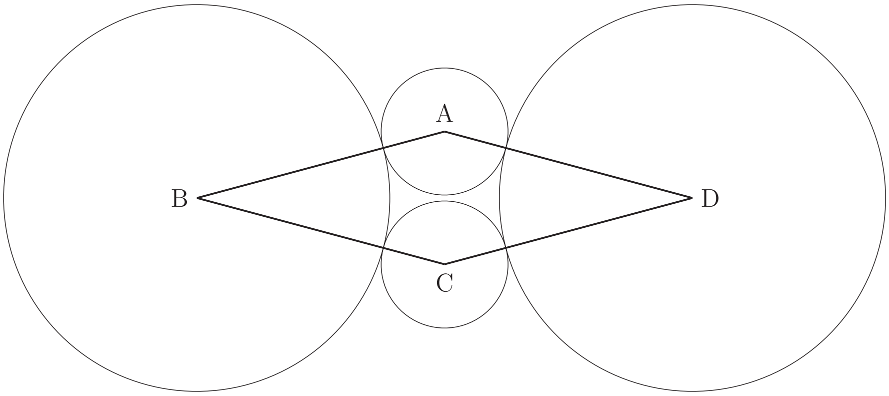
$$\mathrm{AC} = \sqrt{\boxed{\mathbf{G}}} - \boxed{\mathbf{H}}, \quad \mathrm{BD} = \sqrt{\boxed{\mathbf{I}}} + \boxed{\mathbf{J}}$$

である。

（IV は次ページに続く）

注） ひし形：rhombus

(2)　ひし形 ABCD の各頂点を中心として 4 つの円を描く。頂点 A, C を中心とする円の半径を r，頂点 B, D を中心とする円の半径を $\sqrt{2}-r$ とし，向かい合う頂点 (A と C, B と D) を中心とする円同士は，接しても良いが，交わらないものとする。



このとき，ひし形 ABCD と 4 つの円との共通部分の面積を S とすると

$$S = \pi\left(r^2 - \frac{\sqrt{\boxed{\mathsf{K}}}}{\boxed{\mathsf{L}}}r + \frac{\boxed{\mathsf{M}}}{\boxed{\mathsf{N}}}\right)$$

である。ただし，r の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\mathsf{O}}} - \frac{\sqrt{\boxed{\mathsf{P}}}+\boxed{\mathsf{Q}}}{\boxed{\mathsf{R}}} \leqq r \leqq \frac{\sqrt{\boxed{\mathsf{S}}}-\boxed{\mathsf{T}}}{\boxed{\mathsf{U}}}$$

である。

したがって，S は $r = \dfrac{\sqrt{\boxed{\mathsf{V}}}}{\boxed{\mathsf{W}}}$ のとき最小となり，その値は $\dfrac{\boxed{\mathsf{X}}}{\boxed{\mathsf{YZ}}}\pi$ である。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。

コース１の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース **1**」が正しくマークしてあるか，
もう一度確かめてください。

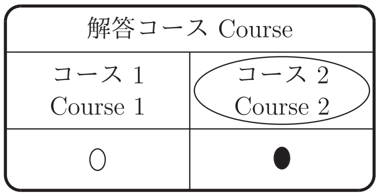
この問題冊子を持ち帰ることはできません。

数学 コース 2
（上級コース）

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので，どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース2」を解答する場合は，右のように，解答用紙の「解答コース」の「コース2」を ○ で囲み，その下のマーク欄をマークしてください。

< 解答用紙記入例 >



選択したコースを正しくマークしないと，採点されません。

I

問 1　2 次関数

$$f(x) = x^2 - 2(a+1)x + 2a^2$$

の $0 \leqq x \leqq 2$ における最大値 M と最小値 m について考える。ただし，a は $0 \leqq a \leqq 3$ を満たす定数とする。

(1)　$y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は

$$\left(a + \boxed{\mathsf{A}},\ a^2 - \boxed{\mathsf{B}}\,a - \boxed{\mathsf{C}}\right)$$

である。

(2)　次の文中の $\boxed{\mathsf{D}}$ ～ $\boxed{\mathsf{H}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

最大値 M，最小値 m を軸の位置に応じて求めると

$0 \leqq a < \boxed{\mathsf{D}}$ のとき

$$M = \boxed{\mathsf{E}}, \quad m = \boxed{\mathsf{F}}$$

$\boxed{\mathsf{D}} \leqq a \leqq 3$ のとき

$$M = \boxed{\mathsf{G}}, \quad m = \boxed{\mathsf{H}}$$

である。

⓪ 0　① 1　② 2　③ 3

④ $a^2 - 2a$　⑤ $a^2 - 2a - 1$　⑥ $2a^2$

⑦ $2a^2 - 2a - 1$　⑧ $2a^2 - 4a$　⑨ $2a^2 - 6a + 3$

(3)　m が最大となるのは $a = \boxed{\mathsf{I}}$ のときであり，このときの m の値は $\boxed{\mathsf{J}}$ である。また，m が最小となるのは $a = \boxed{\mathsf{K}}$ のときであり，このときの m の値は $\boxed{\mathsf{LM}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

問 2　1 個のさいころを 3 回投げて，1 回目，2 回目，3 回目に出る目の数をそれぞれ a, b, c とする。この a, b, c を用いて，2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。

(1)　$b = 4$ かつ 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率は $\dfrac{\boxed{\textsf{N}}}{\boxed{\textsf{OPQ}}}$ である。

(2)　$f(10) > 453$ となる確率を求めよう。

$f(10) > 453$ となる (a, b, c) の場合の数を求めると，次のようになる。

$a = 4$ かつ $b = 5$ のとき，$\boxed{\textsf{R}}$ 通り

$a = 4$ かつ $b = 6$ のとき，$\boxed{\textsf{S}}$ 通り

$a = 5$ のとき，$\boxed{\textsf{TU}}$ 通り

$a = 6$ のとき，$\boxed{\textsf{VW}}$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{\boxed{\textsf{X}}}{\boxed{\textsf{Y}}}$ である。

注）さいころ：dice

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\mathrm{I}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\mathrm{I}}$ の解答欄 $\boxed{\mathbf{Z}}$ はマークしないでください。

II

問 1　数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \frac{2}{9}, \quad a_n = \frac{(n+1)(2n-3)}{3n(2n+1)}\,a_{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \cdots)$$

で与えられている。このとき，一般項 a_n と無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよう。

(1)　次の文中の $\boxed{\mathbf{A}}$ ～ $\boxed{\mathbf{E}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑨ の中から適するものを選びなさい。

まず，$b_n = \dfrac{n+1}{3^n a_n}$ とおき，$\dfrac{b_n}{b_{n-1}}$ を n の式で表すと

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{\boxed{\mathbf{A}}}{\boxed{\mathbf{B}}} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_n} = \frac{\boxed{\mathbf{C}}}{\boxed{\mathbf{D}}}$$

となる。この式より

$$a_n = \frac{n+1}{3^n(\boxed{\mathbf{E}})(2n+1)}$$

である。

⓪ $n-1$　① n　② $n+1$　③ $2n-1$　④ $2n+1$

⑤ $2n-3$　⑥ $2n+3$　⑦ $3n-1$　⑧ $3n$　⑨ $3n+1$

(2)　次に，$c_n = \dfrac{1}{3^n(2n+1)}$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ とおく。このとき，$a_n = Ac_{n-1} + Bc_n$ とおくと，$A = \dfrac{\boxed{\mathbf{F}}}{\boxed{\mathbf{G}}}$，$B = \dfrac{\boxed{\mathbf{HI}}}{\boxed{\mathbf{J}}}$ である。この式を用いて，$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ を求めると

$$S_n = \frac{\boxed{\mathbf{K}}}{\boxed{\mathbf{L}}}\left(\boxed{\mathbf{M}} - c_n\right)$$

となる。したがって

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\boxed{\mathbf{N}}}{\boxed{\mathbf{O}}}$$

を得る。

- 計算欄 (memo) -

問 2　x 軸上の点 $(5, 0)$ を中心とする半径 4 の円 C を考える。

(1)　円 C 上に点 $\mathrm{P}(p, q)$ をとると

$$p^2 - \boxed{\mathsf{PQ}}\,p + q^2 + \boxed{\mathsf{R}} = 0$$

が成り立つ。また，点 $\mathrm{P}(p, q)$ における円 C の接線の方程式は

$$(p - \boxed{\mathsf{S}})x + qy = \boxed{\mathsf{T}}\,p - \boxed{\mathsf{U}}$$

である。

(2)　$a \geqq 0$ とし，y 軸上の点 $\mathrm{A}(0, a)$ から円 C に接線を引き，その接点を $\mathrm{P}(p, q)$ とおく。

線分 AP の長さが最小となるのは，$a = \boxed{\mathsf{V}}$ のときであり，その長さは $\boxed{\mathsf{W}}$ である。

また，点 A から円 C に引いた 2 本の接線が直交するのは，線分 AP の長さが $\boxed{\mathsf{X}}$ のときであり，このときの a の値は $a = \sqrt{\boxed{\mathsf{Y}}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わりです。	$\boxed{\text{II}}$ の解答欄	$\boxed{\textbf{Z}}$	はマークしないでください。	

$\boxed{\text{III}}$

x の関数

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 - 3(2a+1)x + a + 2$$

について，次の問いに答えなさい。

(1)　次の文中の $\boxed{\textbf{G}}$ ～ $\boxed{\textbf{K}}$ には，下の選択肢 ⓪ ～ ⑤ の中から適するものを選びなさい。また，他の $\boxed{}$ には，適する数を入れなさい。

$f(x)$ の導関数は

$$f'(x) = \boxed{\textbf{A}}\left(x - \boxed{\textbf{B}}\,a - \boxed{\textbf{C}}\right)\left(x + \boxed{\textbf{D}}\right)$$

であるから

(i)　$a > \boxed{\textbf{EF}}$ のとき，$f(x)$ は $x = -\boxed{\text{D}}$ で $\boxed{\textbf{G}}$ となり，$x = \boxed{\text{B}}\,a + \boxed{\text{C}}$ で $\boxed{\textbf{H}}$ となる。

(ii)　$a = \boxed{\text{EF}}$ のとき，$f(x)$ はつねに $\boxed{\textbf{I}}$ となる。

(iii)　$a < \boxed{\text{EF}}$ のとき，$f(x)$ は $x = -\boxed{\text{D}}$ で $\boxed{\textbf{J}}$ となり，$x = \boxed{\text{B}}\,a + \boxed{\text{C}}$ で $\boxed{\textbf{K}}$ となる。

⓪ 極大　① 極小　② 増加　③ 減少

④ 最大　⑤ 最小

（$\boxed{\text{III}}$ は次ページに続く）

注）　導関数：derivative

(2)　$-1 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最小値 m を a を用いて表そう。

(i)　$a \geqq \boxed{\mathbf{L}}$ のとき，$m = \boxed{\mathbf{MN}}\,a$ である。

(ii)　$\boxed{\mathbf{OP}} \leqq a < \boxed{\mathrm{L}}$ のとき，$m = \boxed{\mathbf{QR}}\left(a^3 + \boxed{\mathbf{S}}\,a^2 + \boxed{\mathbf{T}}\,a\right)$ である。

(iii)　$a < \boxed{\mathrm{OP}}$ のとき，$m = \boxed{\mathbf{U}}\,a + \boxed{\mathbf{V}}$ である。

(3)　(2) の m の値が最も大きくなるのは $a = \dfrac{-\boxed{\mathbf{W}} + \sqrt{\boxed{\mathbf{X}}}}{\boxed{\mathbf{Y}}}$ のときである。

$\boxed{\mathrm{III}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\mathrm{III}}$ の解答欄 $\boxed{\mathbf{Z}}$ はマークしないでください。

IV

2つの関数

$$y = x\log ax \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

$$y = 2x - 3 \quad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

を考える。ただし，$a > 0$ とする。また，log は自然対数を表す。

(1)　① のグラフが ② のグラフに接するような a を求めよう。

点 $(t, t\log at)$ における ① のグラフの接線の方程式は $\boxed{\mathbf{A}}$ である。ただし，$\boxed{\mathrm{A}}$ には，次の選択肢 ⓪ ～ ③ の中から適するものを選びなさい。

⓪ $y = (\log at + 1)x - t$　　① $y = (\log at + a)x - t$

② $y = (a\log t + 1)x + t$　　③ $y = (a\log t + a)x + t$

したがって，① のグラフが ② のグラフに接するのは $a = \dfrac{e}{\boxed{\mathbf{B}}}$ のときで，その接点の座標は $(\boxed{\mathbf{C}}, \boxed{\mathbf{D}})$ である。

(2)　$a = \dfrac{e}{\boxed{\mathrm{B}}}$ のとき，関数 ① は $x = \boxed{\mathbf{E}}\, e^{-\boxed{\mathbf{F}}}$ で最小値 $-\boxed{\mathbf{G}}\, e^{-\boxed{\mathbf{H}}}$ をとる。

（IV は次ページに続く）

注）自然対数：natural logarithm

(3)　$a = \dfrac{e}{\boxed{\mathsf{B}}}$ のとき，① のグラフと ② のグラフおよび x 軸で囲まれる部分の面積 S を求めよう。

次の不定積分を求めると

$$\int x \log ax \, dx = \boxed{\mathsf{I}} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

である。ただし，$\boxed{\mathsf{I}}$ には，次の選択肢 ⓪ ～ ③ の中から適するものを選びなさい。

⓪　$\dfrac{1}{2}x^2 \log ax - \dfrac{1}{2}x^2$　　①　$2x^2 \log ax - 2x^2$

②　$\dfrac{1}{2}x^2 \log ax - \dfrac{1}{4}x^2$　　③　$2x^2 \log ax - 4x^2$

したがって

$$S = \frac{\boxed{\mathsf{J}}}{\boxed{\mathsf{K}}} e^{-\boxed{\mathsf{L}}}$$

である。

注）不定積分：indefinite integral

$\boxed{\text{IV}}$ の問題はこれで終わりです。$\boxed{\text{IV}}$ の解答欄 $\boxed{\mathsf{M}}$ ～ $\boxed{\mathsf{Z}}$ はマークしないでください。

コース 2 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の $\boxed{\text{V}}$ はマークしないでください。

解答用紙の解答コース欄に「コース 2」が正しくマークしてあるか，もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。