

- 1 平面上の2定点A(3, 2), B(1, -2)から等距離にある点の軌跡を求めよ.

[10点]

- 2 2定点A(2, 0), B(-2, 0)からの距離の平方の和が12である点の軌跡を求めよ.

[10点]

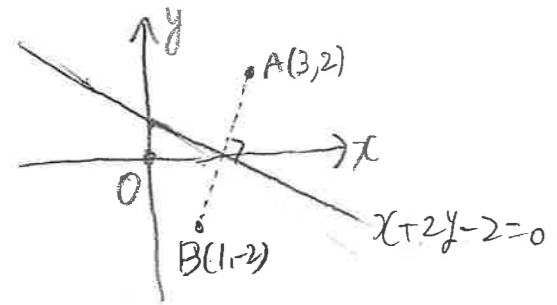
- 3 2定点A(0, 0), B(6, 0)からの距離の比が1:2である点Pの軌跡を求めよ.

[15点]

- 4 円 $x^2+y^2=4$ と円外の1点A(4, 0)をとる. 点Qが円周上を動くとき, AQの中点Pの軌跡を求めよ.

[15点]

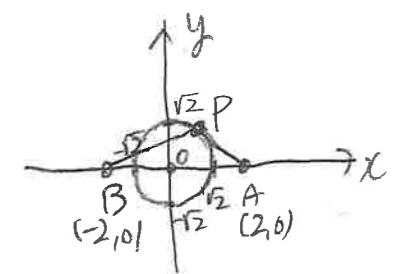
1 平面上の2定点A(3, 2), B(1, -2)から等距離にある点の軌跡を求めよ。 [10点]



※線分ABの
垂直二等分線になる。

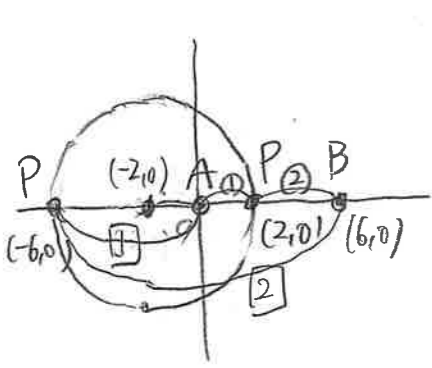
$x+2y-2=0$
 $(y = -\frac{1}{2}x+1)$

2 2定点A(2, 0), B(-2, 0)からの距離の平方の和が12である点の軌跡を求めよ。 [10点]



$x^2+y^2=2$

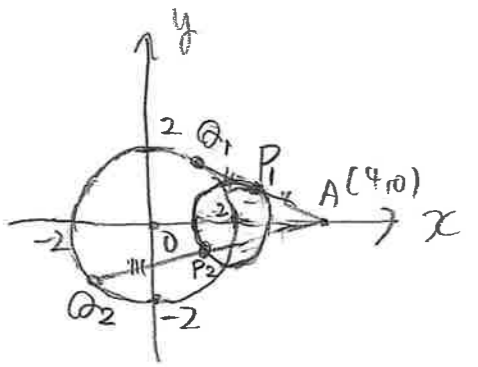
3 2定点A(0, 0), B(6, 0)からの距離の比が1:2である点Pの軌跡を求めよ。 [15点]



※線分ABを1:2に内分する点と直径の両端とする円
1:2に外分する点
(アポロニウスの円)

$(x+2)^2+y^2=16$

4 円 $x^2+y^2=4$ と円外の1点A(4, 0)をとる。点Qが円周上を動くとき、AQの中点Pの軌跡を求めよ。 [15点]



$(x-2)^2+y^2=1$

1 条件を満たす点P(x,y)とする。

$AP=BP$
 $AP^2=BP^2$
 $(x-3)^2+(y-2)^2=(x-1)^2+(y+2)^2$
 $x^2-6x+9+y^2-4y+4=x^2-2x+1+y^2+4y+4$
 $4x+8y-8=0$
 $x+2y-2=0$ 此は直線と表す
逆に、この直線上の点は全て条件を満たす。

2 条件を満たす点をP(x,y)とする

$AP^2+BP^2=12$
 $(x-2)^2+y^2+(x+2)^2+y^2=12$
 $2x^2+2y^2+8=12$
 $x^2+y^2=2$ 此は(中心が原点)の円である
半径 sqrt(2)
逆にこの式変形をたどるので、この円周上の点は全て条件を満たす。

3 条件を満たす点P(x,y)とする。

$AP=2BP$
 $4AP^2=BP^2$
 $4(x^2+y^2)=(x-6)^2+y^2$
 $3x^2+12x+3y^2-36=0$
 $x^2+4x+y^2-12=0$
 $(x+2)^2-4+y^2-12=0$
 $(x+2)^2+y^2=16$
此は、(中心が(-2,0))の円である
半径 4

逆にこの式変形をたどるので
この円周上の点は全て条件を満たす。

4 条件を満たす点P(x,y)とする

点QをQ(s,t)とすると、 $s^2+t^2=4$ と表せる。
ここでPは線分AQの中点なので
 $x = \frac{s+4}{2}, y = \frac{t+0}{2}$ とおくと
 $s = 2x-4, t = 2y$ と表せる。
これを(1)に代入するので
 $(2x-4)^2+(2y)^2=4$
 $4x^2-16x+16+4y^2=4$
 $4x^2-16x+4y^2=-12$
 $x^2-4x+y^2=-3$ 此は
 $(x-2)^2-4+y^2=-3$ (中心(2,0))の円である
半径 1
逆にこの式変形をたどるので
この円周上の点は全て条件を満たす。